福井大学工学部 機械工学科２年生 応用数学 III (担当教員 田嶋) 中間試験問題:　2007 年 11 月 30 日 3 限実施

各人に問題用紙１枚、答案用紙１枚 (表裏使用)、計算用紙１枚を配布する。

答案用紙１枚のみを提出し、問題用紙と計算用紙は持ち帰れ。解答にあたっては、スカラー量とベクトル量が一目で判別できるよう、ベクトル量を表す記号は太字にするか上に矢印をのせるようにせよ。また内積や外積を表すドットやクロス記号を省略してはならない。

**【1】** 3 点 A(1, −1, −1), B(3, 0, 1), C(5, −2, 0) について、下記の (1)〜(6) を求めよ。

(1) $\overline{\mathrm{AB}}\ \left(=|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|\right)$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(3) $\angle\mathrm{BAC}$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\times\overrightarrow{\mathrm{AC}}$　　(成分表示で答えよ)

(5) 三角形 ABC の面積 $S$

(6) 三角形 ABC に垂直な単位ベクトル $\mathbf{n}$ (成分表示で答えよ)

**【2】** パラメータ表示された曲線 $\mathbf{r}=\left(\frac{2}{3}t^3,\ \frac{1}{2}t^4,\ \frac{1}{5}t^5\right)$ の $0\le t\le 1$ に対応する部分の弧長 $s$ を求めよ。

**【3】** 関数 $f(t)$ が、１変数ベクトル関数 $\mathbf{A}(t)$ を使って $f(t)=\sin\dfrac{1}{|\mathbf{A}(t)|}$ と定義されるとき、$\dfrac{df}{dt}$ を、$\mathbf{A}$、$|\mathbf{A}|$、$\mathbf{A}'$ を用いて表せ。ただし、$\mathbf{A}'=\dfrac{d\mathbf{A}(t)}{dt}$ とする。

**【4】** 以下の小問 (1), (2) に答えよ。

(1) ベクトル３重積の公式　$\mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=(\mathbf{a}\cdot\mathbf{c})\,\mathbf{b}-(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})\,\mathbf{c}$　を使って、$(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\times\mathbf{c}$ を外積を使わずに表す公式を導け。

(2) $(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot(\mathbf{c}\times\mathbf{d})$ を外積を使わずに表せ。

**【5】** パラメータ表示で $\mathbf{r}=(t-\sin t,\ 1-\cos t,\ 0)$ と表される曲線について以下の小問 (1)〜(3) に答えよ。

(1) $t=\pi$ に対応する点での曲率半径 $\rho$ を求めよ。

(2) $t=\dfrac{\pi}{3}$ に対応する点での曲率半径 $\rho$ を求めよ。

(3) $0<t<2\pi$ の範囲にある任意の $t$ に対応する点での曲率半径 $\rho(t)$ を表す式を求めよ。

【補足】答が得られたら、$t=\pi, \frac{\pi}{3}$ を代入してみて、小問 (1), (2) で求めた値に一致することを確かめれば計算ミス防止に効果的であろう。また、解答に際しては、下記の諸式を参考にするとよい。

$\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ のとき　$\mathbf{v}=d\mathbf{r}/dt,\quad \mathbf{a}=d\mathbf{v}/dt,$

$v=|\mathbf{v}|,\quad \mathbf{t}=\mathbf{v}/v,\quad \mathbf{a}_{\mathrm{n}}=\mathbf{a}-(\mathbf{t}\cdot\mathbf{a})\mathbf{t},\quad a_{\mathrm{n}}=|\mathbf{a}_{\mathrm{n}}|,$

$\kappa=a_{\mathrm{n}}/v^2,\quad \rho=1/\kappa,\quad \mathbf{n}=\mathbf{a}_{\mathrm{n}}/a_{\mathrm{n}},\quad \mathbf{r}_{\mathrm{c}}=\mathbf{r}+\rho\mathbf{n}$

福井大学 工学部
機械工学 2 年生

# 応用数学 III　中間試験　答案用紙

2007 年 11 月 30 日 3 限実施

【1】20 点=4+4+3+3+3+3

【2】20 点

【3】20 点

【4】20 点=10+10

【5】は裏面に解答せよ. 20 点 = 5+5+10

| 学科 | | 学籍番号 | | | | | | | | | 氏名 | | 得点 | [1] | [2] | [3] | 合計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | [4] | [5] | | |

応用数学 III 2007 年度中間試験の解答・解説)

【1】以下では 座標原点 (0,0,0) を O と表す。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(3,0,1)-(1,-1,-1)=(2,1,2).$

$\overline{\mathrm{AB}}=|\ \overrightarrow{\mathrm{AB}}\ |=|(2,1,2)|=\sqrt{2^2+1^2+2^2}$

$=\sqrt{9}=3.$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}=3$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(5,-2,0)-(1,-1,-1)$

$=(4,-1,1).$

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(2,1,2)\cdot(4,-1,1)$

$=2\cdot4+1\cdot(-1)+2\cdot1=8-1+2=9.$

$\therefore\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=9$

(3) $\overline{\mathrm{AC}}=|(4,-1,1)|=\sqrt{4^2+(-1)^2+1^2}=\sqrt{18}$

$=3\sqrt{2}.$

$\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{AB}}\ \overline{\mathrm{AC}}}=\dfrac{9}{3\cdot3\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}.$

$\therefore\ \angle\mathrm{BAC}=\arccos\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{\pi}{4}$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\times\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(2,1,2)\times(4,-1,1)$

$=\big(1\cdot1-2\cdot(-1),\ \ 2\cdot4-2\cdot1,\ \ 2\cdot(-1)-1\cdot4\big)$

$=(1+2,\ 8-2,\ -2-4)=(3,\ 6,\ -6).$

$\therefore\overrightarrow{\mathrm{AB}}\times\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(3,\ 6,\ -6)$

(5) $|\ \overrightarrow{\mathrm{AB}}\times\overrightarrow{\mathrm{AC}}\ |=|(3,\ 6,\ -6)|=3|(1,\ 2,\ -2)|$

$=3\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}=3\sqrt{9}=9.$

$\therefore\ S=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\times\overrightarrow{\mathrm{AC}}|=\dfrac{9}{2}$

(6) $\boldsymbol{n}=\pm\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}\times\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\times\overrightarrow{\mathrm{AC}}|}=\pm\dfrac{1}{9}(3,\ 6,\ -6)$

$\therefore\boldsymbol{n}=\pm\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{2}{3}\right)$

【2】

$\boldsymbol{r}=\left(\dfrac{2}{3}t^3,\ \dfrac{1}{2}t^4,\ \dfrac{1}{5}t^5\right),$

$\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}=\left(2t^2,\ 2t^3,\ t^4\right),$

$$\left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right|=\sqrt{\left(2t^2\right)^2+\left(2t^3\right)^2+\left(t^4\right)^2}=\sqrt{4t^4+4t^6+t^8}$$

$$=\sqrt{t^4\left(4+4t^2+t^4\right)}=\sqrt{\left(t^2\right)^2\left(2+t^2\right)^2}$$

$$=t^2\left(t^2+2\right)=t^4+2t^2.$$

$$s=\int_0^1\left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right|dt=\int_0^1\left(t^4+2t^2\right)dt$$

$$=\left[\frac{1}{5}t^5+\frac{2}{3}t^3\right]_0^1=\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=\frac{13}{15}\quad(\text{答})$$

【3】

$f=\sin p$、$p=\dfrac{1}{q}$、$q=|\boldsymbol{A}(t)|$ とおき、合成関数の微分公式を利用すると、

$$\frac{df(t)}{dt}=\frac{df}{dp}\cdot\frac{dp}{dq}\cdot\frac{dq}{dt}=\left(\frac{d}{dp}\sin p\right)\left(\frac{d}{dq}\frac{1}{q}\right)\left(\frac{d}{dt}|\boldsymbol{A}|\right)$$

$$=(\cos p)\left(-\frac{1}{q^2}\right)|\boldsymbol{A}|'=-\frac{|\boldsymbol{A}|'}{|\boldsymbol{A}|^2}\cos\frac{1}{|\boldsymbol{A}|}.$$

上式に含まれる $|\boldsymbol{A}|'$ は、$v=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}$ とおき、$|\boldsymbol{A}|=\sqrt{\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}}$ $=v^{1/2}$ と表し、合成関数の微分公式を利用すると、

$$|\boldsymbol{A}|'=\frac{d}{dt}\left(v^{1/2}\right)=\left(\frac{d}{dv}v^{1/2}\right)\frac{dv}{dt}=\frac{1}{2}v^{-1/2}\left(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}\right)'$$

$$=\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}\right)^{-1/2}\left(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}\right)'=\frac{\left(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}\right)'}{2\,|\boldsymbol{A}|}$$

となる。上式の分子である $(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A})'$ は、任意のベクトル関数 $\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{G}$ について　$(\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{G})'=\boldsymbol{F}'\cdot\boldsymbol{G}+\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{G}'$　が成立すること、および、内積について交換則が成立することを利用して

$$(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A})'=\boldsymbol{A}'\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}'=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}'+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}'=2\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}'$$

と書き表すことができるので、最終的な表式として、

$$|\boldsymbol{A}|'=\frac{2\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}'}{2\,|\boldsymbol{A}|}=\frac{\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}'}{|\boldsymbol{A}|}$$

を得る。　$\therefore\ \boldsymbol{f}'=-\dfrac{\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}'}{|\boldsymbol{A}|^3}\cos\dfrac{1}{|\boldsymbol{A}|}$ (答)

【4】

(1)

$\boldsymbol{V} = (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \times \boldsymbol{c}$

とおく。外積は反交換則に従う。即ち、任意のベクトル $\boldsymbol{\alpha}$、$\boldsymbol{\beta}$ について $\boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\beta} = -\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\alpha}$ が成立する。$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{c}$ とおくと、

$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\beta} = -\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\alpha} = -\boldsymbol{c} \times (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})$

である。次に、問題文中に与えられたベクトル３重積の公式を利用すると、

$\boldsymbol{V} = -\{(\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{b})\,\boldsymbol{a} - (\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{a})\,\boldsymbol{b}\} = (\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{a})\,\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{b})\,\boldsymbol{a}$

となる。内積は交換則に従う。即ち、任意のベクトル $\boldsymbol{\alpha}$ と $\boldsymbol{\beta}$ について $\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\alpha}$ が成立する。これを利用して内積をアルファベット順に直すと、

$\boldsymbol{V} = (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c})\,\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c})\,\boldsymbol{a}$

と表せる。

$\therefore \quad (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \times \boldsymbol{c} = (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c})\,\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c})\,\boldsymbol{a}$ 　(答)

(2)

$\boldsymbol{U} = (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{d})$

とおく。スカラー３重積のもつ対称性により、任意のベクトル $\boldsymbol{\alpha}$、$\boldsymbol{\beta}$、$\boldsymbol{\gamma}$ について $\boldsymbol{\alpha} \cdot (\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\gamma}) = \boldsymbol{\beta} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\alpha})$ が成り立つ。$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{c}$、$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{d}$ とおくと、

$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{\alpha} \cdot (\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\gamma}) = \boldsymbol{\beta} \cdot (\boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\alpha}) = \boldsymbol{c} \cdot \{\boldsymbol{d} \times (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})\}$

である。問題 (1) の問題文中に与えられたベクトル３重積に関する公式を $\boldsymbol{d} \times (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})$ に適用すると、

$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{c} \cdot \{(\boldsymbol{d} \cdot \boldsymbol{b})\,\boldsymbol{a} - (\boldsymbol{d} \cdot \boldsymbol{a})\,\boldsymbol{b}\}$

$= (\boldsymbol{d} \cdot \boldsymbol{b})(\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{a}) - (\boldsymbol{d} \cdot \boldsymbol{a})(\boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{b})$

$= (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c})(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{d}) - (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{d})(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c})$

となる。

$\therefore (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{d}) = (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c})(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{d}) - (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{d})(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c})$ (答)

【5】

以下には最終的な答のみを示す。導出過程は別紙を参照せよ。

(1) $t = \pi$ で、$\rho = 4$

(2) $t = \dfrac{\pi}{3}$ で、$\rho = 2$

(3) $0 \leq t \leq 2\pi$ で、$\rho = 4 \sin \dfrac{t}{2}$

補足

$\rho = 2\sqrt{2 - 2\cos t}$ も答と同値な数式なので正解です。皆さんの答案で正解だったものはほぼすべてこの形でした。

ところで、三角関数を含む数式は同値なのに非常に異った形に表せることが多く、採点に手間がかかります。そこで、今回の採点では、複雑な数式の同値性を判定する必要が生じたときは、まず値の代入で試し、それをパスした場合は、パソコンでグラフを描いて視覚的に判定することにしました。

３小問に分けて出題した意図は、$t = \dfrac{\pi}{3}, \pi$ での値で確認をすることで計算ミスに自分自身で気づいてもらおうということでした。ところが、$\rho \overset{\text{誤}}{=} \dfrac{2(1 - \cos t)}{\sqrt{1 - \sin t \sin 2t}}$ という誤答が数枚あり、この式は、$t = \dfrac{\pi}{3}, \pi$ で (さらに $t = 0, \dfrac{5\pi}{3}, 2\pi$ でも) 正答と一致することに気づきました。これは、私の設定した確認手続きが量的に不十分だったわけで、もう１点、「$t = \dfrac{\pi}{2}$ で $\rho = 2\sqrt{2}$」という情報も問題文中に加えておけばよかったのにと反省しています。

さて、このような特別な問い方の問題は別として、試験では計算結果を十分に確認している余裕は通常はないでしょう。しかし、そのような取り組み方で試験以外のことに臨んではいけません。卒業研究や仕事では、間違いを見逃さずに×をつけれくれる先生はいないのですから、計算の結果は何らかの確認法を工夫して、必ず自分自身で確認をしなければなりません。

[5]

(1) $\boldsymbol{r} = (t - \sin t,\ 1 - \cos t,\ 0)$

$\boldsymbol{v} = \dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt} = (1 - \cos t,\ \sin t,\ 0)$

$\boldsymbol{a} = \dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt} = (\sin t,\ \cos t,\ 0)$

$t = \pi$ のとき $\boldsymbol{v} = (2, 0, 0)$, $\boldsymbol{a} = (0, -1, 0)$

$v = |\boldsymbol{v}| = 2$, $\boldsymbol{t} = \dfrac{\boldsymbol{v}}{v} = (1, 0, 0)$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{t} = 0$

$\boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{a} - (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{t})\boldsymbol{t} = \boldsymbol{a} = (0, -1, 0)$, $a_n = |\boldsymbol{a}_n| = 1$

$\rho = \dfrac{v^2}{a_n} = \dfrac{2^2}{1} = 4$ 　　答. $t = \pi$ のとき $\rho = 4$

(2) $t = \dfrac{\pi}{3}$ のとき $\boldsymbol{v} = \left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$, $\boldsymbol{a} = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1}{2}, 0\right)$

$v = |\boldsymbol{v}| = \dfrac{1}{2}\left|(1, \sqrt{3}, 0)\right| = \dfrac{1}{2}\sqrt{1+3} = 1$, $\boldsymbol{t} = \dfrac{\boldsymbol{v}}{v} = \boldsymbol{v}$

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{t} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{a} - (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{t})\boldsymbol{t} = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1}{2}, 0\right) - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}, 0\right) = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}, -\dfrac{1}{4}, 0\right)$

$a_n = |\boldsymbol{a}_n| = \dfrac{1}{4}\left|(\sqrt{3}, -1, 0)\right| = \dfrac{1}{4}\sqrt{3+1} = \dfrac{1}{2}$

$\rho = \dfrac{v^2}{a_n} = \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ 　　答. $t = \dfrac{\pi}{3}$ のとき $\rho = 2$

(3) $v = \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t} = \sqrt{2 - 2\cos t} = 2\sqrt{\dfrac{1-\cos t}{2}} = 2\sqrt{\sin^2\dfrac{t}{2}}$

$0 \leqq t \leqq 2\pi$ で $\sin\dfrac{t}{2} \geqq 0$ なので $v = 2\sin\dfrac{t}{2}$

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{v} = \sin t$, $\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{v}}{v^2} = \dfrac{\sin t}{4\sin^2\frac{t}{2}} = \dfrac{2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}}{4\sin^2\frac{t}{2}} = \dfrac{1}{2\tan\frac{t}{2}}$

$\boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{a} - \dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{v}}{v^2}\boldsymbol{v} = (\sin t, \cos t, 0) - \dfrac{1}{2\tan\frac{t}{2}}(1-\cos t, \sin t, 0)$

$= \left(\dfrac{2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}\cdot 2\tan\frac{t}{2} - 1 + \cos^2\frac{t}{2} - \sin^2\frac{t}{2}}{2\tan\frac{t}{2}},\ \cos^2\dfrac{t}{2} - \sin^2\dfrac{t}{2} - \dfrac{2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}}{2\tan\frac{t}{2}},\ 0\right)$

$= \left(\dfrac{2\sin^2\frac{t}{2}}{2\tan\frac{t}{2}},\ -\sin^2\dfrac{t}{2},\ 0\right) = \left(\sin\dfrac{t}{2}\cos\dfrac{t}{2},\ -\sin^2\dfrac{t}{2},\ 0\right)$

$a_n = |\boldsymbol{a}_n| = \sqrt{\sin^2\dfrac{t}{2}\cos^2\dfrac{t}{2} + \sin^4\dfrac{t}{2}} = \sqrt{\sin^2\dfrac{t}{2}} = \sin\dfrac{t}{2}$

$\rho = \dfrac{v^2}{a_n} = \dfrac{4\sin^2\frac{t}{2}}{\sin\frac{t}{2}} = 4\sin\dfrac{t}{2}$ 　　答. $0 < t < 2\pi$ で $\rho = 4\sin\dfrac{t}{2}$

(結果の確認) $t = \pi$ を代入すると $\rho = 4\sin\dfrac{\pi}{2} = 4\cdot 1 = 4$ となり (1)の結果と一致する.

$t = \dfrac{\pi}{3}$ を代入すると $\rho = 4\sin\dfrac{\pi}{6} = 4\cdot\dfrac{1}{2} = 2$ となり (2)の結果と一致する.