物理工学科１年生 力学 II 定期試験問題 (2006 年 2 月 6 日 4 限実施)

B4 判問題用紙１枚と B4 判解答用紙１枚を各人に配布する。解答用紙のおもて面の最下部に学籍番号と氏名を明記せよ。解答用紙のうら面は【9】の答を書くのに用いる。

【1】「ガリレオの相対性原理」と直接の関係があるのは次のどの事実か, ア〜ウの記号で答えよ。

ア　真空中の光の速度はどのような運動をしている観測者から見ても同じ値をとる。

イ　海が凪のときは, 船室内の様子を観察するだけでは, 船が停泊しているのか, 一定速度で前進しているのかを判別することは難しい。

ウ　エレベータが上昇を始めると, 体重が重くなったような感覚を覚え, 上昇が止まりつつあるときには, 体重が軽くなったような感覚を覚える。

【2】角運動量保存則を正しく用いた説明は次のどれか, ア〜ウの記号で答えよ。

ア　フィギュアスケーターがスピンをするとき, 両腕を広げていると空気抵抗が大きいので角運動量は急速に減少するが, 腕を胴体に着けると抵抗が減るので, 角運動量は増加しスピンが速くなる。

イ　外力の力のモーメントがゼロなら角運動量が保存されるため, 宇宙遊泳中の宇宙飛行士は, 手足を振り回していくらもがいても, 体の向きを変えることはできない。

ウ　太陽の回りを公転する惑星の運動は面積速度一定の法則に従うが, この法則の意味する内容は角運動量保存則と全く同じである。

【3】質点系の全運動量が保存される仕組みの説明として正しいものは次のどれか, ア〜ウの記号で答えよ。

ア　２粒子間に働く力に摩擦力が含まれない場合には力学的エネルギーの損失がないので運動は減衰することはなく, したがって, 全運動量は時間的に変化しない。

イ　作用・反作用の法則のため, 乙の粒子の及ぼす力により甲の粒子の失う運動量と, 甲の粒子の及ぼす力により乙の粒子の得る運動量が等しくなるため, 甲・乙２粒子の運動量の和は変化しない。

ウ　２粒子間に働く力は中心力であるため, 力のモーメントはゼロとなり２粒子の運動量の和は変化しない。

【4】下記の文の $\boxed{\text{ア}}$〜$\boxed{\text{オ}}$ に問題末の語群から語句を選んで埋めよ。

自動車が一定の速さで左カーブを曲がっている最中に, ダッシュボードの上に置いた物体は右へと動いた。自動車に乗った観測者がこの現象をニュートンの運動方程式にあてはめて解釈するためには, $\boxed{\text{ア}}$ が $\boxed{\text{イ}}$ 方向に働いていると考えることが必要である。

一般に, 観測者が $\boxed{\text{ウ}}$ 運動をしていることで見掛け上生じる力を $\boxed{\text{エ}}$ と呼ぶ。

自動車のキャビン内にヘリウムガスを詰めた風船が浮いているとする。見掛けの力は風船だけでなく全ての物に働くため, 左カーブに差し掛かると, 風船は $\boxed{\text{オ}}$ 方向へと動く。

【語群】

$\boxed{ア}$：求心力,　向心力,　遠心力,　オリコリ力,　コリオリ力,　摩擦力

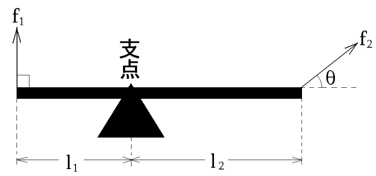
$\boxed{イ}$：前,　後,　上,　下,　右,　左

$\boxed{ウ}$：静止,　等速直線,　加速度,　ブラウン,　絶対,　相対

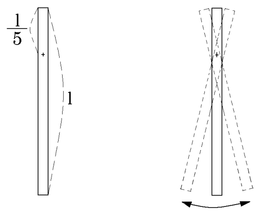
$\boxed{エ}$：万有引力,　重力,　磁気力,　慣性力,　貫徹力

$\boxed{オ}$：右,　左

【5】右図のように支点の回りに自由に回転できる棒に f_1, f_2 の 2 つの力が働いて釣り合いの状態にある。このとき, f_1 を f_2, l_1, l_2, θ を用いて表せ。ただし, 棒に働く重力は無視できるとする。



【6】長さが l で密度の一様な細い剛体棒を, 上端から $\frac{1}{5}l$ の点をピボットとして振り子のように振動させる場合の周期 T を求めよ。
【ヒント】長さ L, 質量 M の一様な細い剛体棒を「棒の重心を通り, 棒に垂直な直線」を回転軸として回転させる場合の慣性モーメントは $\frac{1}{12}ML^2$ である。

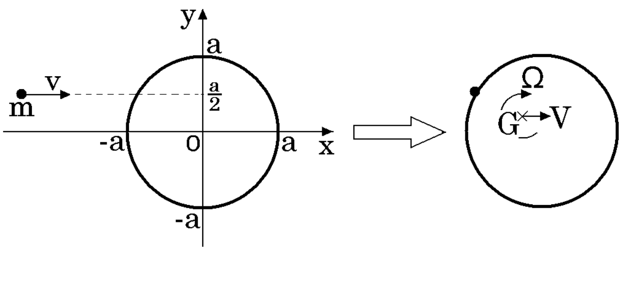


【7】質量が未知の恒星のまわりを小さな惑星が円軌道を描いて回っている。恒星の質量を M, 惑星の質量を m とする。恒星と惑星の間の距離を r, 惑星の公転運動の角速度を ω とする。

(1) $m \ll M$ という条件が成り立つとして, M を r, ω, および重力定数 G を用いて (近似的に) 表せ。

(2) 条件 $m \ll M$ を仮定せずに, M を m, r, ω, および重力定数 G を用いて（正確に）表す式を求めよ。

【8】(x, y, z) を慣性座標系とし, 重力等の外力は一切働かないとして以下の問に答えよ。
質量 m, 半径 a の円筒を考える。この円筒の質量はその表面に集中しており（言い換えると中身は空洞であり）, 表面の面密度は一定である。初め, この円筒は静止しており, 円筒の中心（＝重心）は $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ にあった。また, 円筒の対称軸は z 軸上にあった。その円筒に, x 軸に平行な直線 $y = \frac{1}{2}a$, $z = 0$ 上を x 軸の正の向きに速度 v で等速直線運動をしてきた質量 m の質点が衝突し, 円筒の表面に固着した。この衝突により円筒と質点が一体となってできた合体物（剛体である）の重心を G と名づけると, 点 G は速度 V で x 軸の正の方向に等速直線運動し, それと同時に合体物は点 G の回りに角速度 Ω で自転する。V および　Ω を a と v を用いて表せ。（m は答の式の中には現れない。）
【ヒント】この円筒を, その対称軸の回りに回す場合の慣性モーメントは ma^2 である。



【9】典型的な冬型の気圧配置と呼ばれる「西高東低の気圧配置」のときに寒さが厳しくなる理由を説明せよ。

福井大学 工学部
物理工学科 1年生

力学 II 定期試験 答案用紙

2006 年 2 月 6 日 4 限実施

【1】 5 点

【2】 5 点

【3】 5 点

【4】 15 点

ア	イ	ウ	エ	オ

【5】 10 点

【6】 15 点

【7】 15 点

【8】 20 点

【9】 は裏面に解答せよ.(10 点)

学科

学籍番号

氏名

得点

［解答］

福井大学 工学部
物理工学科 1年生　　力学II　　定期試験 答案用紙　　2006年2月6日4限実施

【1】5点 イ　　【2】5点 ウ　　【3】5点 イ

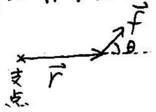
【4】15点

ア	イ	ウ	エ	オ
遠心力	右	加速度	慣性力	左

【5】10点 支点を基準点として棒に働く力のモーメントのつりあう条件を書き下すと。

$$f_1 l_1 = f_2 l_2 \sin\theta$$

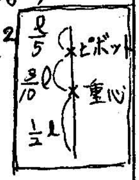
［右辺は $|\vec{N}| = |\vec{r}\times\vec{f}| = |\vec{r}||\vec{f}|\sin\theta = l_2 f_2 \sin\theta$
などとして求まる。］



$$\therefore\ f_1 = \frac{f_2 l_2 \sin\theta}{l_1} \quad (答)$$

【6】15点 棒の質量をMとして、ピボットのまわりの回転に対する慣性モーメントIは、平行軸の定理により

$$I = \frac{1}{12}Ml^2 + M\left(\frac{3}{10}l\right)^2 = \frac{13}{75}Ml^2$$

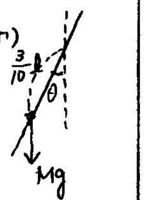


棒が鉛直軸となす角をθとすると、
回転の運動方程式は $|\theta| \ll 1$ のとき

$$I\ddot{\theta} = -(Mg)\cdot\left(\frac{3}{10}l\right)\cdot\sin\theta \doteqdot -\frac{3}{10}Mgl\theta$$

$\ddot{\theta} = -\omega^2\theta$ が角振動数ωの単振動を表すことより

$$\omega^2 = \frac{3Mgl}{10I} = \frac{75\cdot 3Mgl}{10\cdot 13Ml^2} = \frac{45g}{26l}$$



$$\therefore\ 周期は\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{26l}{45g}} \quad (答)$$

【7】15点 (1) mが無視できるなら、恒星は静止し、惑星は半径rの円運動を角速度ωで行っているとみなせる。

$$\therefore\ \frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2 \qquad \therefore\ M = \frac{r^3\omega^2}{G} \quad (答)$$

(2) m≪Mの仮定をせず厳密に外力の働かない2体問題を解くと、換算質量 $\mu = \frac{Mm}{M+m}$ の質点が半径r、角速度ωの円運動をしているのと同じ解が得られる。

$$\therefore\ \frac{GMm}{r^2} = \mu r\omega^2 = \frac{Mm}{M+m}r\omega^2$$

$$\therefore\ M+m = \frac{r^3\omega^2}{G}$$

$$\therefore\ M = \frac{r^3\omega^2}{G} - m \quad (答)$$

【8】20点 外力が働かないので質点と円筒から成る系の運動量は保存される。運動量のx成分は、
衝突前は $mv + 0v = mv$。
衝突後は質量 $m+m=2m$ の物体の重心が速度Vをもつのだから $2mV$ である
(∵(全運動量)=(全質量)・(重心の速度))

$$\therefore\ mv = 2mV \qquad \therefore\ V = \frac{1}{2}v \quad (答)$$

円筒の重心はその中心にある。質点と円筒の合体した物体の重心は右図の点Gである

点Gに関する円筒の慣性モーメントはヒントと平行軸の定理より $ma^2 + m\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}ma^2$ である。
点Gに関する質点の慣性モーメントは $m\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}ma^2$ である。
∴点Gに関する合体物の慣性モーメントIは

$$I = \frac{5}{4}ma^2 + \frac{1}{4}ma^2 = \frac{3}{2}ma^2.$$

外力が働かないので角運動量は保存される。ここで角運動量を定義する基準点はどこにとってもよい。例えば点 $(x,y,z)=(0,0,0)$ を基準点にとり、衝突の前後の角運動量のz成分 L_z を求めると

衝突前は $L_z = \frac{a}{2}\cdot mv = \frac{1}{2}mav$.

衝突後は、全角運動量が「重心のまわりの自転の角運動量」と「重心運動の角運動量」の和として表されることより

$$L'_z = I\Omega + \frac{a}{4}\cdot 2mV.$$

ここで重心のy座標が $\frac{a}{4}$ であることを用いた。
(衝突前は重心は直線 $y=\frac{a}{4}$, $z=0$ 上を +x方向へ等速直線運動していることは容易にわかる。外力が働かないのだから重心運動は衝突後も同じ直線上を動く運動となる)

$L_z = L'_z$ より $\frac{1}{2}mav = I\Omega + \frac{1}{2}maV = I\Omega + \frac{1}{4}mav$

$$\therefore\ \Omega = \frac{1}{I}\frac{1}{4}mav = \frac{\frac{1}{4}mav}{3ma^2\cdot\frac{1}{2}} = \frac{v}{6a} \quad (答)$$

【9】コリオリ力は $\vec{F}_{cor} = 2m\vec{v}\times\vec{\omega}$, 地球の自転の $\vec{\omega}$ は南極から北極に向かう向き。(右ネジによる定義)
コリオリ力は北半球では進行方向に向かって右側に働く。
高気圧から吹き出す空気の流れはコリオリ力により右まわりのうずをまく。低気圧に吹き込む空気の流れは左まわりのうずをまく。
西に高気圧、東に低気圧があるとその間の地域では北から南に空気が流れる。

北方の低温の空気が流入するので寒くなる。

【9】は裏面に解答せよ。(10点)

学科		学籍番号		氏名		得点	