日本物理学会第64年次大会 2009/3/30aXF10 於 立教大学

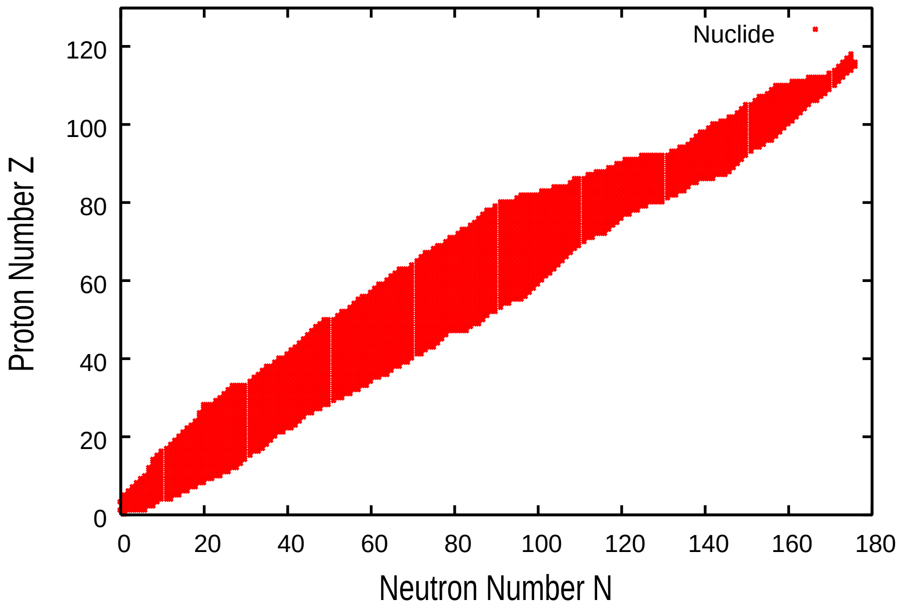
相対論的平均場模型と KUTY 流の近似的な変形の扱いに基づく原子核質量公式

山田 昌平, 田嶋 直樹 (福井大工)

背景

存在が確認されている原子核　：　『約3,000種』

原子核の性質 ＝ { 質量(エネルギーと等価) / その他の性質 }



2003年版原子質量推奨値表(G.Audi,A.H.Wapstra)

研究の目的

理論的な予測手段　『原子核の質量公式』

質量公式

原子核の質量を中性子の個数と陽子の個数の関数として与えるもの

昔	ー	式
現在	ー	プログラム

液滴模型

Weizsäcker-Betheの質量公式(1930年代)

$$\mathrm{BE}(N,Z) = B_{\mathrm{vol}} + B_{\mathrm{surf}} + B_{\mathrm{sym}} + B_{\mathrm{C}} + B_{\mathrm{eo}}$$

体積項 $$B_{\mathrm{vol}} = a_{\mathrm{vol}} A$$

表面項 $$B_{\mathrm{surf}} = a_{\mathrm{surf}} A^{2/3}$$

対称項 $$B_{\mathrm{sym}} = a_{\mathrm{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

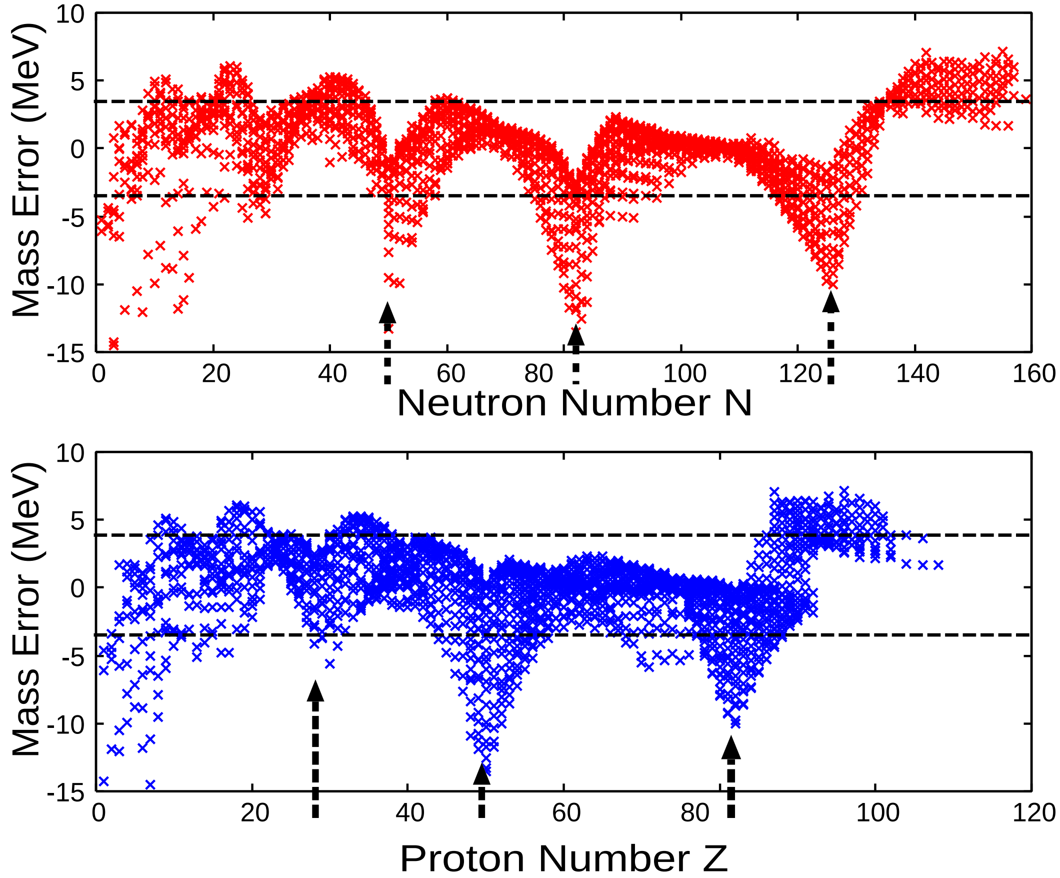
Coulomb項 $$B_{\mathrm{C}} = a_{\mathrm{C}} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

偶奇項 $$B_{\mathrm{eo}} = \begin{cases} a_{\mathrm{eo}}/A^{1/2} & \text{(偶偶核)} \\ 0 & \text{(奇核)} \\ -a_{\mathrm{eo}}/A^{1/2} & \text{(奇奇核)} \end{cases}$$

5つのパラメータはフィッティングで決定

WB質量公式の値と実験値の比較

平均誤差：約３.４ MeV

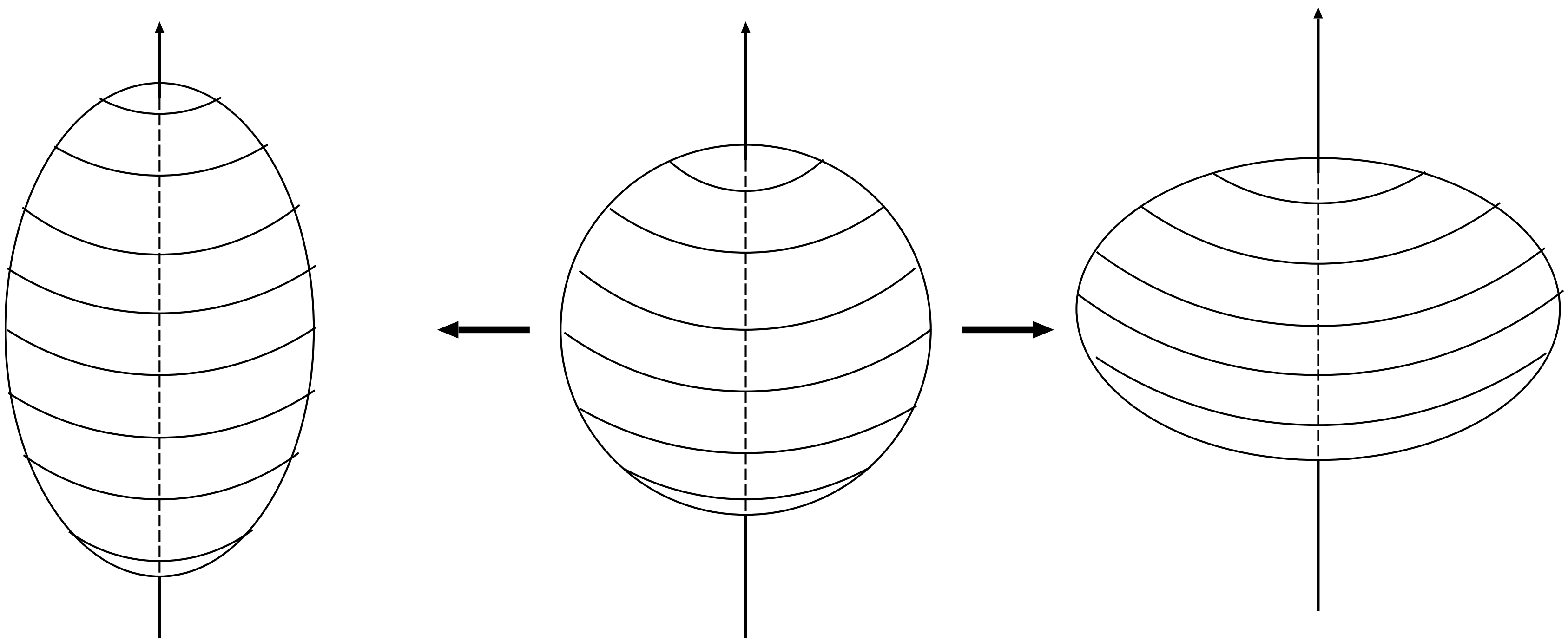


原子核の魔法数 ： 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

核(原子核)の変形

陽子数(中性子数)が魔法数から離れた領域 ⟶ 核が変形

核の安定な形は必ずしも球形ではなく、楕円体の形になっている



Prolate Shape　　Sphere　　Oblate Shape

KUTY公式

2000年に小浦氏、宇野氏、橘氏、山田氏が発表(Nuclear Physics A 674(2000)47-76)

特徴：変形核を球形核の重畳と見る近似

メリット

変形を考慮した計算時間 ⟶ 非常に長時間

球対称性を仮定した計算時間 ⟶ 比較的短時間

その差、約２～３桁 ⟹ <u>計算量が激減</u>

(広範なパラメータの最適化が可能になる)

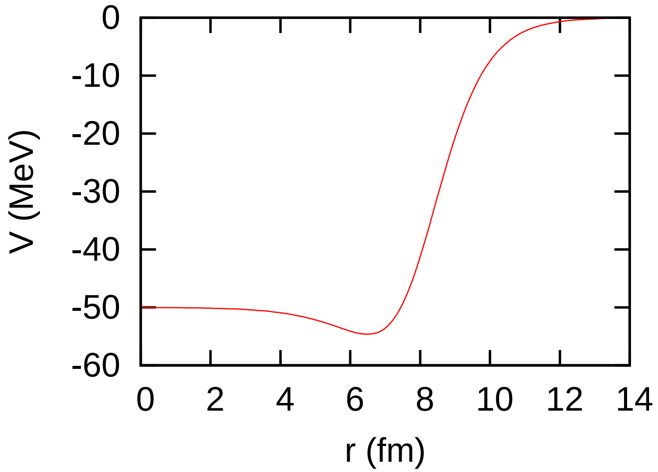
KUTY公式と本研究との違い

KUTY公式

平均場として、
Woods-Saxonポテンシャルを
5パラメータ化したものを使用

⇓

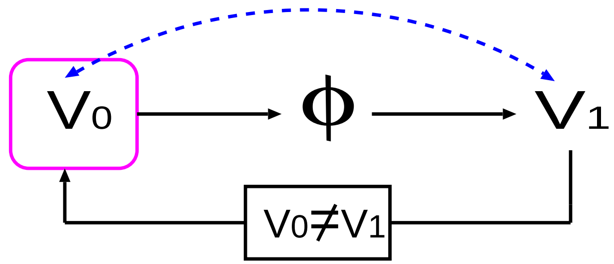
$$V(r) = \frac{V_0}{\{1+\exp\{(r-R_v)/a_v\}\}^{a_v/\kappa}} \cdot \left\{1 + \frac{V_{dp}}{1+\exp\{(R_v - r)/a_v\}}\right\}$$

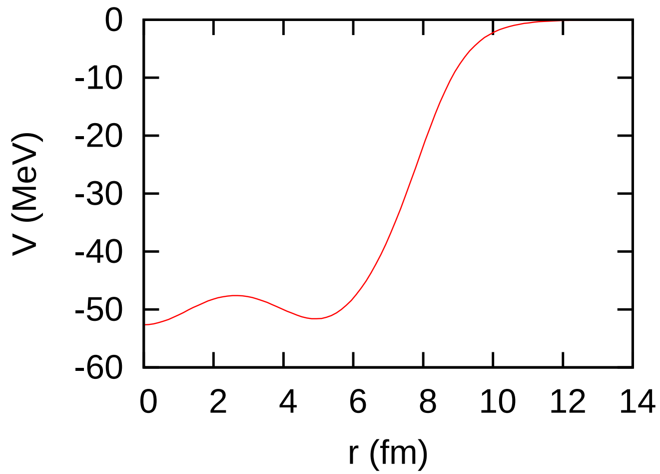


本研究

自己無撞着平均場で置き換える

$\Longrightarrow$ Skyrme-Hartree-Fock法





Skyrme相互作用

核内核子間に働く有効相互作用の現象論的モデル

$$V_{\text{Skyrme}} = \frac{1}{2}\sum_{i<j} v_{ij}$$

密度依存２体力：v_{12}

$$\begin{aligned} v_{12} \;=\;& t_0(1 + x_0\hat{P}_\sigma)\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ &+ \frac{t_1}{2}(1 + x_1\hat{P}_\sigma)\left(\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\hat{k}^2 + \hat{k'}^2\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\right) \\ &+ t_2(1 + x_2\hat{P}_\sigma)\hat{\vec{k'}}^2 \cdot \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\hat{\vec{k}} \\ &+ \frac{t_3}{6}(1 + x_3\hat{P}_\sigma)\rho^\sigma\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ &+ iW_0(\hat{\vec{\sigma}}_1 + \hat{\vec{\sigma}}_2) \cdot \hat{\vec{k'}} \times \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\hat{\vec{k}} \end{aligned}$$

１．δ関数で表される $\longrightarrow$ 計算しやすい

２．各パラメータは実験データへのフィッティングで決定

KUTY流の近似的な変形の扱い方

1. 変形核は球形核の重ね合わせとして扱う

2. 変形核の固有殻エネルギー E_{in} は、
重ね合わせの重み $W(N_1)$ と球形殻エネルギー E_{s} によって表せるとする

$$E_{\mathrm{in}}(N,Z) = \sum_{N_1} W(N_1) E_{\mathrm{s}}(N_1, Z_1), \quad Z_1 = \frac{Z}{N} N_1$$

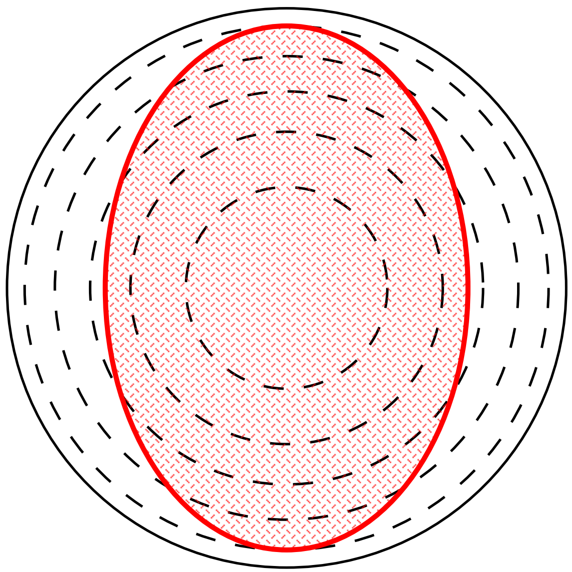
$$\sum_{N_1} W(N_1) = 1 \quad \text{(規格化条件)}$$

3. 全殻エネルギー E_{sh} ＝固有殻エネルギー E_{in} ＋液滴の平均変形エネルギー $\bar{E}_{\mathrm{def}}$
E_{sh} が最小になるよう、変形を決める

重ね合わせの重みWの決定

核子１個増える ⟶ 核の半径長くなる

球体から余分な所を削り落とし、各準位の所が露出した立体角

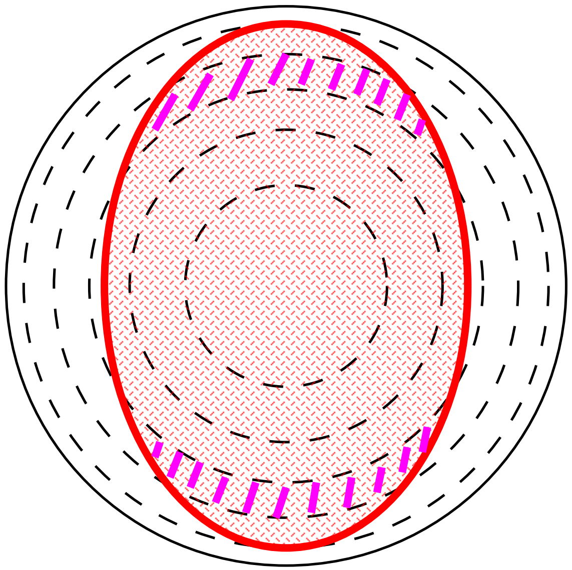


$$W(N_1) = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{im}}(r_{\mathrm{im}}(N_1))}{\mathrm{d}N_1}$$

重ね合わせの重みWの決定

核子１個増える$\longrightarrow$核の半径長くなる

球体から余分な所を削り落とし、各準位の所が露出した立体角

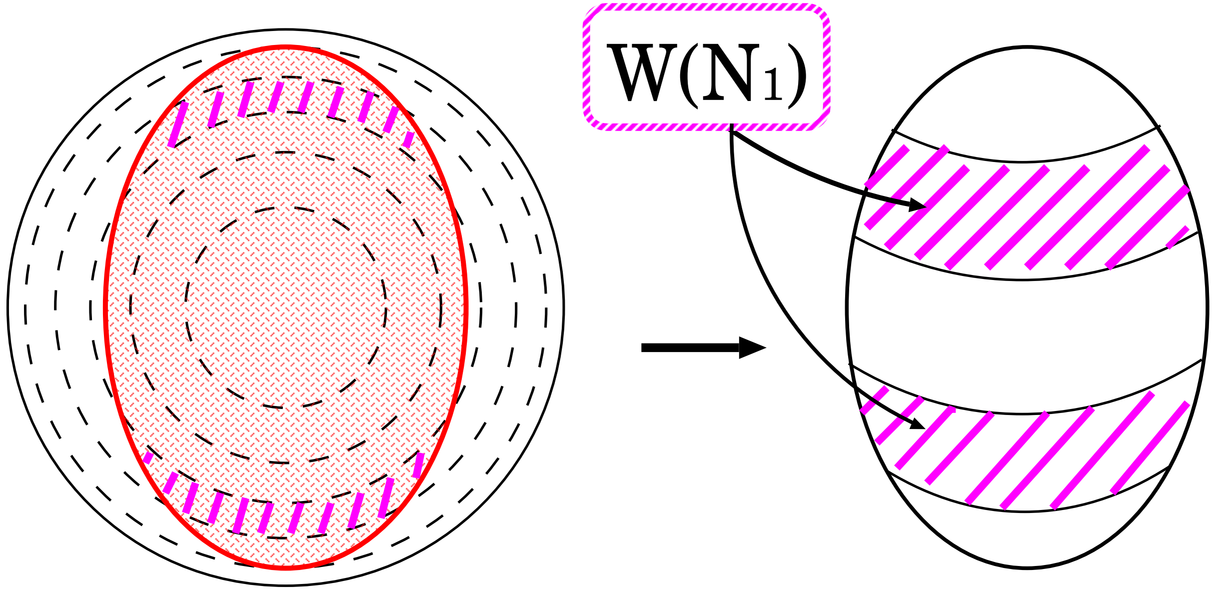


$$W(N_1) = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{im}}(r_{\mathrm{im}}(N_1))}{\mathrm{d}N_1}$$

重ね合わせの重みWの決定

核子１個増える ⟶ 核の半径長くなる

球体から余分な所を削り落とし、各準位の所が露出した立体角



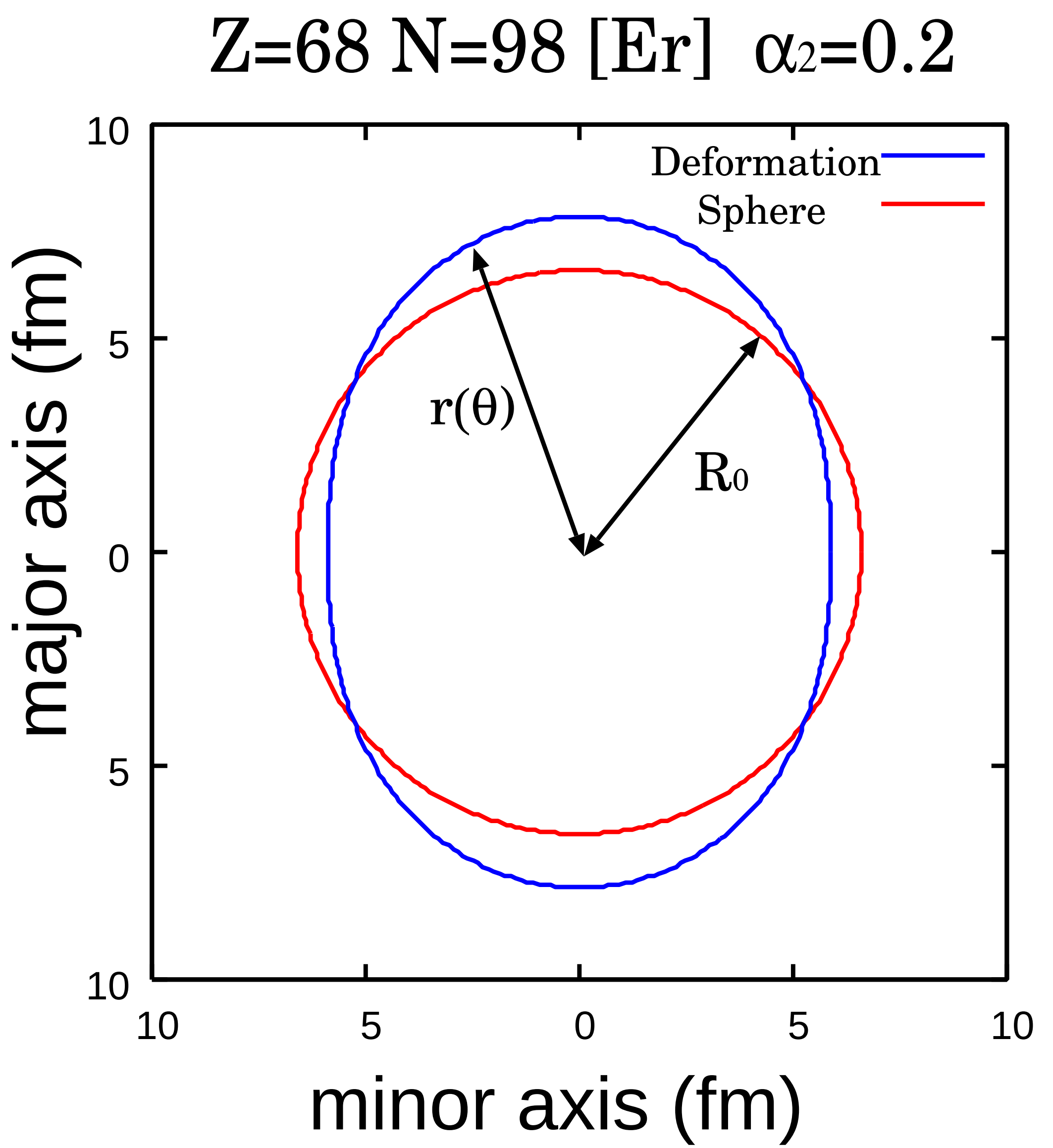
$$W(N_1) = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{d\Omega_{\mathrm{im}}(r_{\mathrm{im}}(N_1))}{dN_1}$$

変形度α_2

$$r(\theta) = \frac{R_0}{\lambda}[1 + \alpha_2 P_2(\cos\theta)]$$

球体の半径	$R_0(Z, N)$
体積保存	λ
変形のパラメータ	α_2
Legendre多項式	$P_2(\cos\theta)$

$\Longrightarrow$ 中間形状を導入



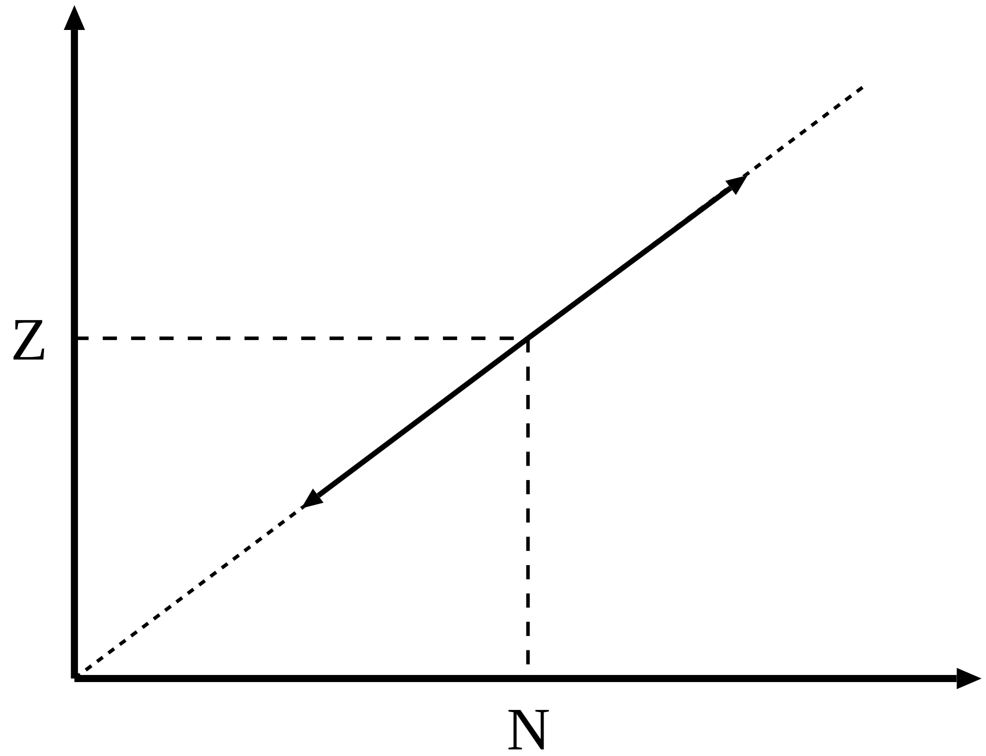
陽子・中性子比が同じ核だけを重ね合わせる

表したい核(N, Z)　　半径R_0

重ね合わせに使う核(N_1, Z_1)　半径r_1

$$N_1 = \left(\frac{r_1}{R_0}\right)^3 N$$

$$Z_1 = \left(\frac{r_1}{R_0}\right)^3 Z$$



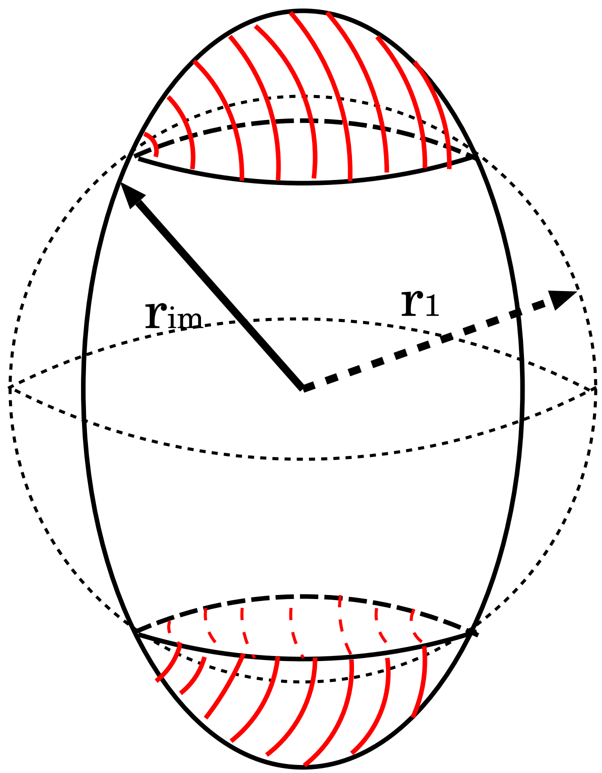
重ね合わせの重みWの具体的な表式

$$W(N_1) = \frac{1}{4\pi}\left[\Omega_{\mathrm{im}}\left(r_{\mathrm{im}}\left(N_1-\frac{1}{2}\right)\right)-\Omega_{\mathrm{im}}\left(r_{\mathrm{im}}\left(N_1+\frac{1}{2}\right)\right)\right]$$

中間形状(intermediary-shape)の立体角Ω_{im}は

$r_{\mathrm{im}} > r_1$である方向の立体角 $\Longrightarrow$

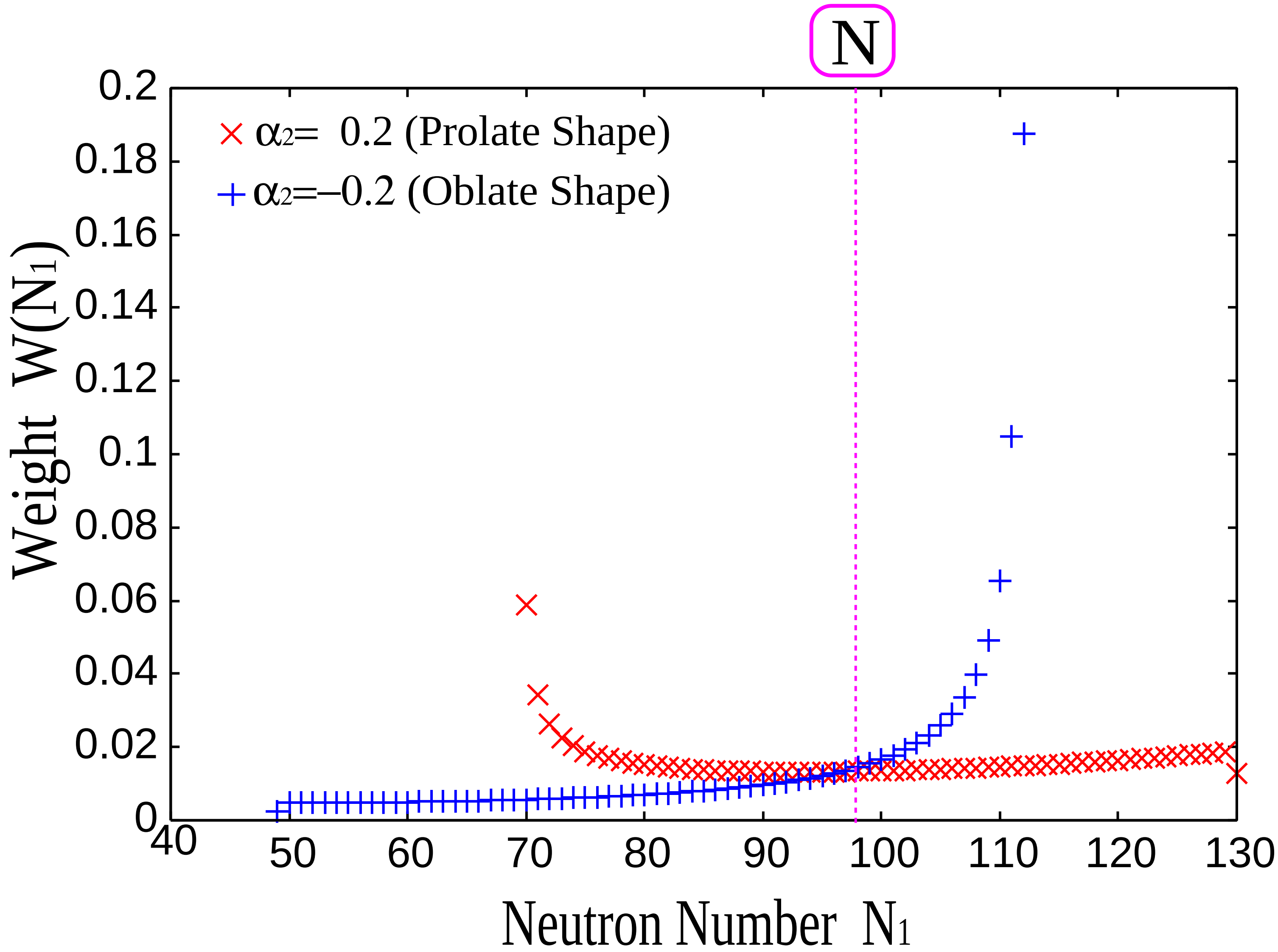
$$\Omega_{\mathrm{im}} = \begin{cases} \dfrac{4\pi(1-\cos\theta)}{1-\mathrm{h}\cos\theta}\left(\dfrac{r}{r_{\mathrm{im}}}\right)^2 & \text{(Prolate)} \\ \dfrac{4\pi\cos\theta}{1-\mathrm{h}(1-\cos\theta)}\left(\dfrac{r}{r_{\mathrm{im}}}\right)^2 & \text{(Oblate)} \end{cases}$$



各値を求めるプロセス

$N_1 \longrightarrow r_{\mathrm{im}} \longrightarrow \theta \longrightarrow r$

Z = 68, N = 98 エルビウムの重み W



平均変形エネルギー $\bar{E}_{\mathrm{def}}$

変形に依存する巨視的エネルギー　　変形を抑える働き

$$\bar{E}_{\mathrm{def}} = \Delta E_{\mathrm{s}} + \Delta E_{\mathrm{C}} + \Delta E_{\mathrm{prl}}$$

表面エネルギー　$\Delta E_{\mathrm{s}} = \frac{2}{5}\alpha_2^2 (a_{\mathrm{s}} A^{2/3} - a_{\mathrm{sI}} (N - Z)^2 A^{-4/3})$

Coulombエネルギー　$\Delta E_{\mathrm{C}} = -\frac{1}{5}\alpha_2^2 a_{\mathrm{C}} Z^2 A^{-1/3}$

Prolate優勢エネルギー　$\Delta E_{\mathrm{prl}} = -C_{\mathrm{prl1}} \alpha_2 A^{2/3} \exp[-C_{\mathrm{prl2}} \alpha_2^2]$

全殻エネルギー E_{sh}

$$E_{\mathrm{sh}}(N, Z) = \min_{\alpha_2}\left[E_{\mathrm{in}}(N, Z) + \bar{E}_{\mathrm{def}}(N, Z)\right]$$

固有殻エネルギー E_{in} ＋ 平均変形エネルギー $\bar{E}_{\mathrm{def}}$ $\longrightarrow$ 最小

$\Downarrow$

$$E_{\mathrm{in}}(N, Z) = \sum_{N_1} W(N_1)\left[\left\{E_{\mathrm{mf}}(N_1, Z_1) - E_{\mathrm{g}}(N_1, Z_1)\right\} - \left\{E_{\mathrm{mf}}(N, Z) - E_{\mathrm{g}}(N, Z)\right\}\right]$$

$E_{\mathrm{mf}}(N, Z)$: 球形平均場解のエネルギー

$E_{\mathrm{g}}(N, Z)$:$E_{\mathrm{mf}}(N, Z)$ の平均的挙動

KUTY ではStrutinsky風の方法 → 多くの困難への対処を要する

我々は、$E_{\mathrm{mf}}(N, Z)$ にフィットしたWeizsäcker-Betheの式を使用

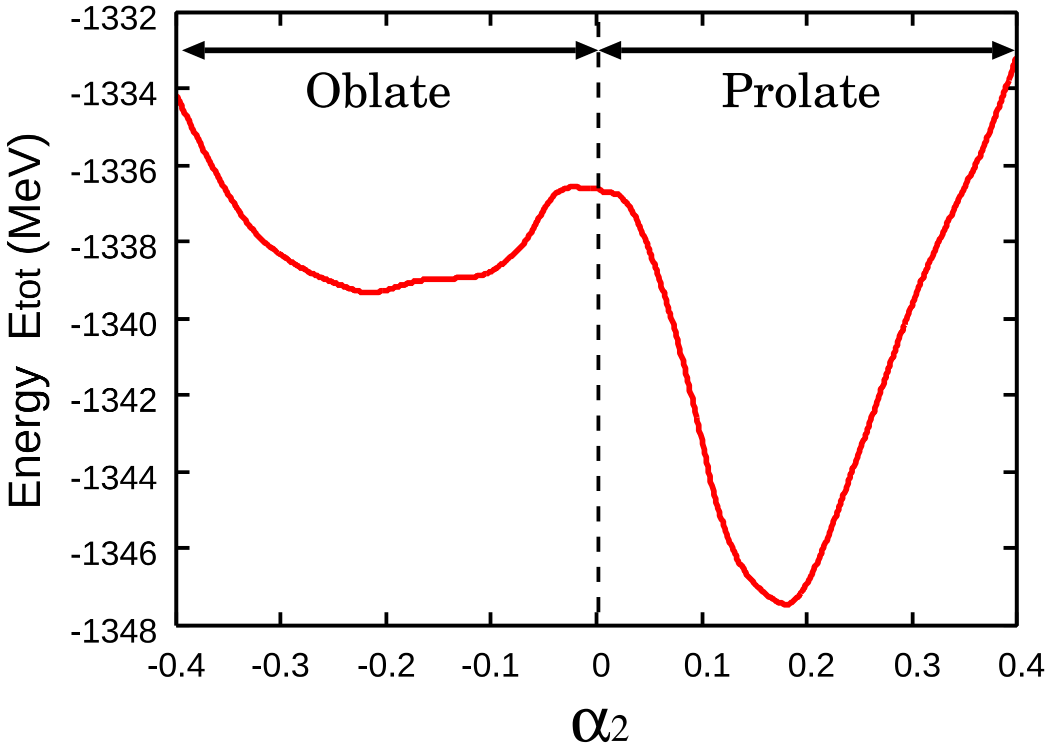
(平均場法は大域的挙動が正しいので可能)

核の全エネルギー E_{tot}

$$E_{tot}(N, Z) = E_{mf}(N, Z) + E_{sh}(N, Z) + E_{eo}(N, Z)$$

E_{eo}　偶奇エネルギー

Z = 68, N = 98 エルビウム



新しい質量公式

$$M(N,Z) = Nm_{\mathrm{n}} + Zm_{\mathrm{p}} + E_{\mathrm{tot}}(N,Z)$$

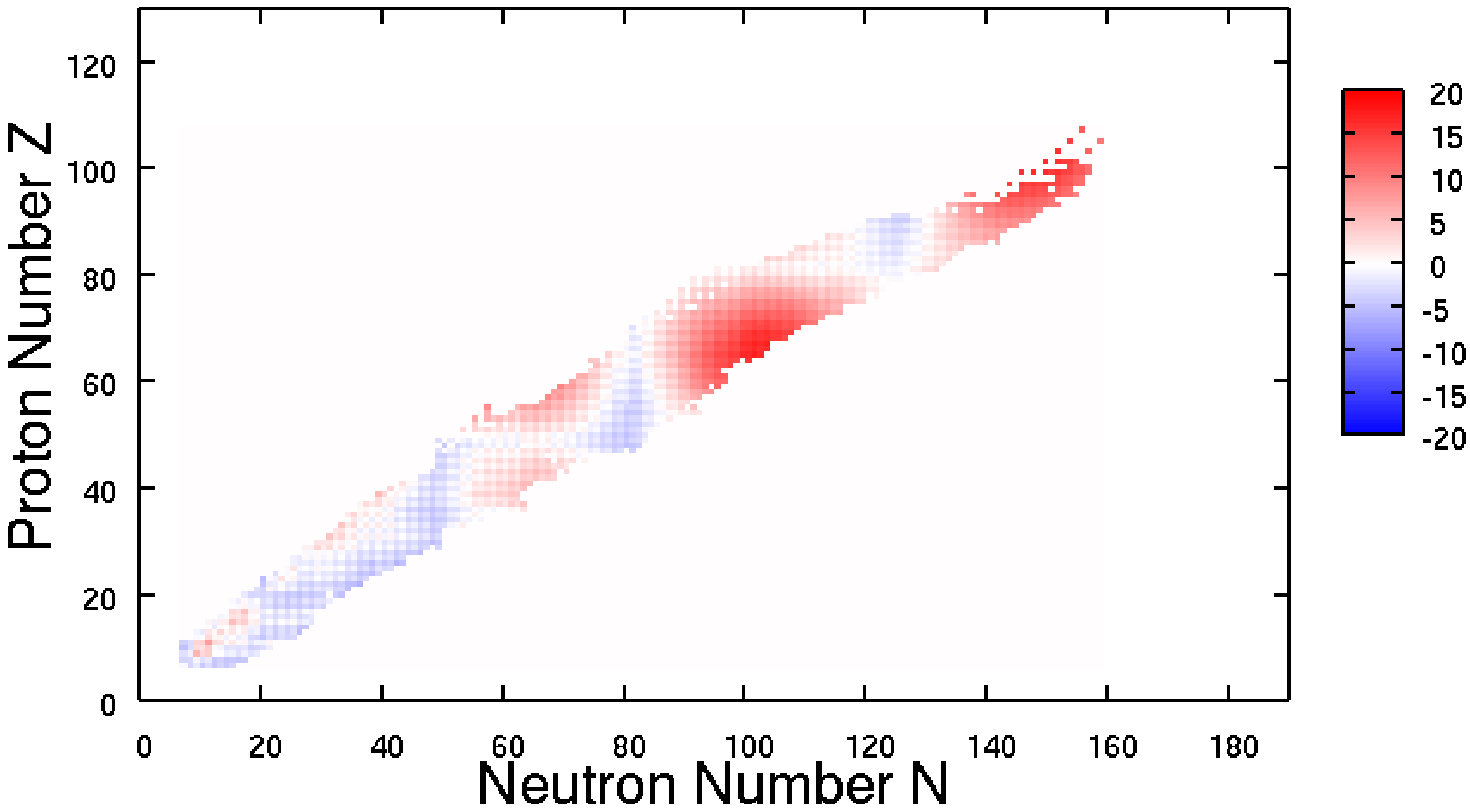
中性子質量　$m_{\mathrm{n}} = 939.5652\ \ \mathrm{MeV}$

陽子質量　$m_{\mathrm{p}} = 938.2720\ \ \mathrm{MeV}$

球対称平均場計算値と実験値の差

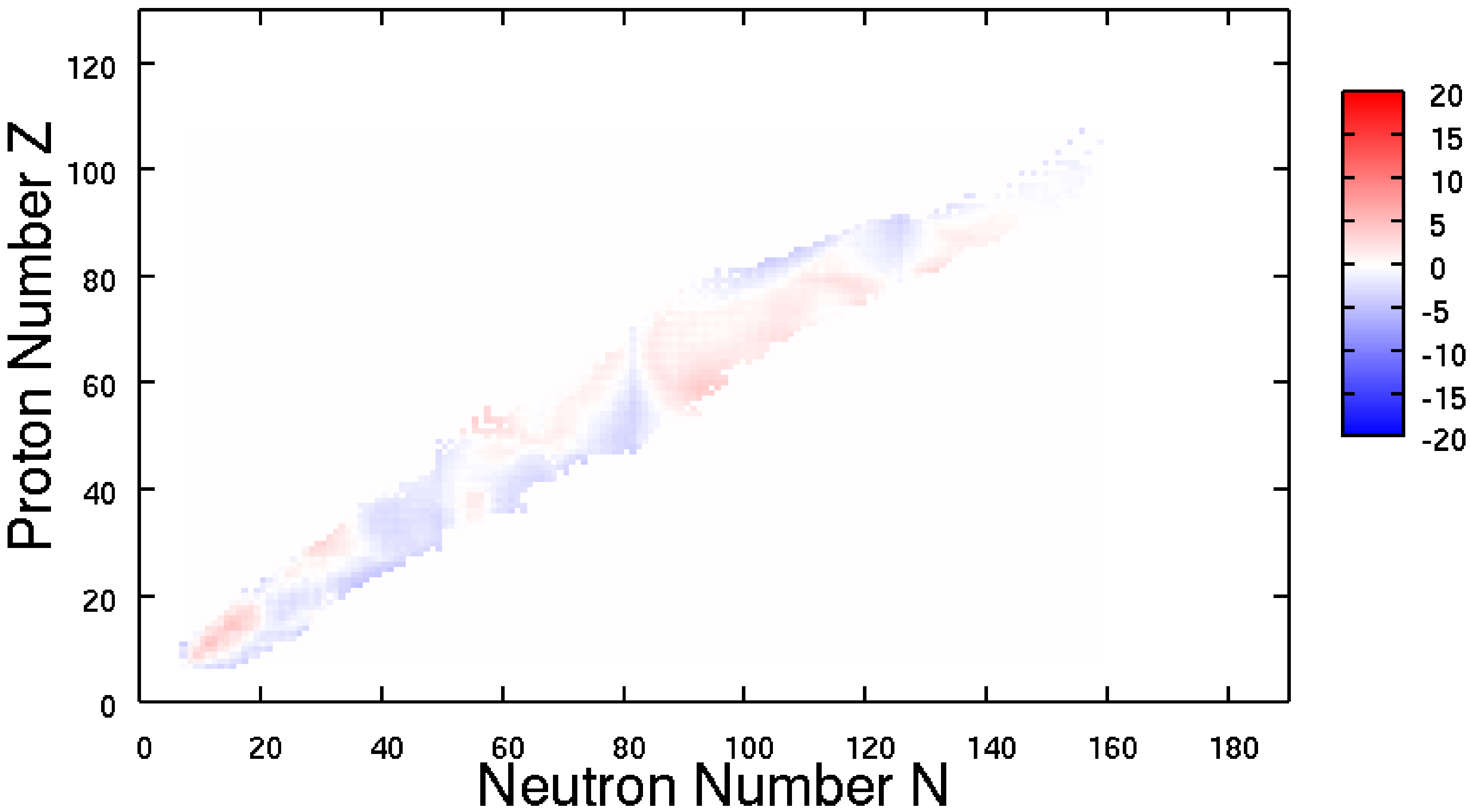
核種：２,１４７種　　**Skyrme相互作用のパラメータ：SIII**

RMS誤差：5.06MeV　＞WB公式：3.4MeV



新しい質量公式の値と実験値の差

RMS誤差：1.60MeV ⟹ 約７割減少



まとめ

G.Audi、A.H.Wapstraの表にある2,147核種の質量の実験値からのRMS誤差

- **球対称平均場計算**(既存の相互作用SkyrmeSIII力を用いた) ⟹ <u>５．０ MeV</u>

- **Weizsäcker-Bethe公式**(最小２乗法で実験値にフィット) ⟹ <u>３．４ MeV</u>

- **変形を取り入れた平均場計算**(SkyrmeSIII) ⟹ <u>２．２ MeV</u>

- **今回の新公式**(球形SkyrmeSIII, 変形の近似的扱い,1パラメータを最適化) ⟹ <u>１．６ MeV</u>

  平均変形エネルギーのa_sを34%弱くした

- KUTY公式(約８０パラメータ) ⟹ <u>０．７２ MeV</u>

今後の課題

1. 相互作用パラメータも含め、最適化するパラメータを増やすことで、RMS誤差がKUTY公式を下まわるまで、下がるかを調べる。

2. 未知の領域への外挿の信頼性が高い『相対論的平均場模型』とも組み合わせる。