

福井大学工学部物理工学科 2012 年度前期 微分積分演習 I レポート 課題

2012 年 7 月 24 日出題 担当教員：田嶋

下記の課題【1】ないし【2】のどちらか一方を選択し、その課題に対する解答を作成し、提出せよ。

提出場所： 工学部 4 号館 2 階 S212 号室前の廊下に設置したレポート提出ボックスに投函せよ。

提出期限： 2012 年 8 月 9 日 (木曜日) 午後 6 時 30 分

レポート用紙のサイズは、A4 に限る。縦長に置いて使用し、上辺から 2cm 以内には何も書かないようにせよ（この部分を綴じしるためである）。1 枚目には、配布した用紙を使用せよ。2 枚目以降は各自で A4 用紙を手配して使用せよ。左上をステープラー（ホッチキス）で留めよ。上記の規格に合致しないレポートは受け付けない（JABEE 審査の資料として保管しなければならないからである）。

課題【1】 a をゼロでない実数値をとる定数とし、 $f(x) = x^{x^a}$ （ x の「 x の a 乗」乗）とする。このとき関数 $f(x)$ の増減表（下記に示したような表）を $a > 0$ および $a < 0$ のそれぞれの場合について完成せよ。

$a > 0$ のとき

x	+0		1	...	$+\infty$
$f'(x)$	$0 < a \leq 1$	$a > 1$	-	0	+		+	$+\infty$
$f(x)$			↘		↗	1	↗	$+\infty$

$a < 0$ のとき

x	+0	...	1	$+\infty$
$f'(x)$					0		
$f(x)$			1				

次に、 $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 2$ を描画範囲とする 1 枚のグラフに、 $a = \frac{1}{2}, 1, 2$ の 3 つの場合に対応する 3 本の曲線 $y = f(x)$ を描け。

更に、 $0 \leq x \leq 10$, $0 \leq y \leq \frac{5}{2}$ を描画範囲とする 1 枚のグラフに、 $a = -\frac{1}{2}, -1, -2$ の 3 つの場合に対応する 3 本の曲線 $y = f(x)$ を描け。

なお、どちらのグラフにも直線 $y = x$ を描き込め。(これは $a \rightarrow 0$ の極限である。)

グラフを描く際には、関数電卓やパソコンを利用して、定量的に正確に描くよう心がけよ。

課題【2】

変数の組 (r, θ) が、別の変数の組 (x, y) と、変数変換

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \arctan \frac{y}{x} \quad (x \neq 0, -\infty < y < \infty)$$

で関係付けられているとき、 $\frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial \theta}$ を $x, y, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$ を使って表せ。

また、 $\frac{\partial^2}{\partial r^2}, \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ を $x, y, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ のうち必要なものを使って表せ。

得られた結果を用いて、

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

が成り立つことを示せ。

福井大学工学部物理工学科 2012年度前期 微分積分演習Iレポート

学籍番号：

氏 名：

提出日付：

選択課題番号：

(どちらかを○で囲め)

提出枚数：この用紙を含めて合計

枚
