

福井大学工学部物理工学科 2008 年度前期 微分積分演習 I レポート課題

2008 年 7 月 22 日出題 担当教員：田嶋

下記の課題【1】ないし【2】のどちらか一方を選択し、その課題に対する解答を作成し、提出せよ。

提出場所： 工学部 4 号館 2 階 S207 号室 (本演習の担当教員の居室)

扉にマグネット・クリップで留めてある提出用紙箱に投函せよ。

提出期限： 2008 年 8 月 1 1 日 (月曜日) 午後 6 時 3 0 分

レポート用紙のサイズは、A4 に限る。縦長に置いて使用し、上辺から 2cm 以内には何も書かないようにせよ (この部分を綴じしろとするためである)。1 枚目には、配布した用紙を使用せよ。2 枚目以降は各自で A4 用紙を手記して使用せよ。左上をステープラー (ホッチキス) で留めよ。上記の規格に合致しないレポートは受け付けない (JABEE 審査の資料として保管しなければならないからである)。

課題【1】

「2 変数関数 $f(x, y)$ は、 $f_x = f_y = 0$ を満たす点において、 $D = f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2 > 0$ かつ $f_{xx} > 0$ ならば極小値をとり、 $D > 0$ かつ $f_{xx} < 0$ ならば極大値をとる。また、 $D < 0$ なら極値をとらない。」

上記の定理を、 $f(x, y)$ が x と y についての 2 次関数である場合について証明しよう。このため、 p, q, r, s, t, u を定数として、

$$f(x, y) = \frac{p}{2}x^2 + qxy + \frac{r}{2}y^2 + sx + ty + u$$

とおく。任意の点 (x, y) において、

$$f_{xx} = p, \quad f_{xy} = q, \quad f_{yy} = r, \quad D = pr - q^2$$

が成り立っている。

まず、 $f(x, y)$ を x についての 2 次式と見て平方完成させよ。次に、平方完成の残り部分を y についての 2 次式として平方完成させよ。最後に、得られた式を使って、定理が成り立っていることを論証せよ。

なお、 $p \neq 0, r \neq 0, D \neq 0$ を仮定してよい。これらの仮定が成り立たない特殊な場合についての議論は本課題では要求しない。

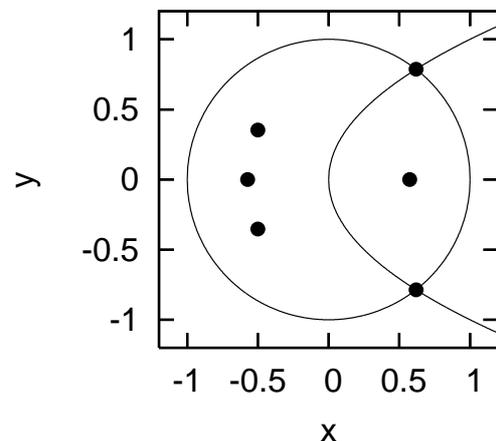
課題【2】

2 変数関数

$$f(x, y) = (x - y^2)(1 - x^2 - y^2)$$

の極大値、極小値をすべて求めよ。また、それらの極値を与える (x, y) の値の組も求めよ。

(ヒント) 右の図で、実線は $f(x, y) = 0$ を満たす点の集合を表す。また、6 個ある黒丸は $f_x = f_y = 0$ の全ての解を表す。



福井大学工学部物理工学科 2008 年度前期 微分積分演習 I レポート

学籍番号：

氏 名：

提出日付：

選択課題番号：

【 1 】・【 2 】 (どちらかを○で囲め)

提出枚数：この用紙を含めて合計

枚
