

福井大学工学部物理工学科 2007 年度前期 微分積分演習 I レポート課題

2007 年 7 月 24 日出題 担当教員：田嶋

下記の課題【1】ないし【2】のどちらか一方を選択し、その課題に対する解答を作成し、提出せよ。

提出場所： 工学部 4 号館 2 階 S207 号室 (本演習の担当教員の居室)
扉にマグネット・クリップで留めてある提出用紙箱に投函せよ。

提出期限： 2007 年 8 月 1 0 日 (金曜日) 午後 6 時 3 0 分

レポート用紙のサイズは、A4 に限る。縦長に置いて使用し、上辺から 2cm 以内には何も書かないようにせよ (この部分を綴じしろとするためである)。1 枚目には、配布した用紙を使用せよ。2 枚目以降は各自で A4 用紙を手配して使用せよ。左上をステープラー (ホッチキス) で留めよ。上記の規格に合致しないレポートは受け付けない (JABEE 審査の資料として保管しなければならないからである)。

課題【1】

単振子について考える。単振子の糸の長さを l 、糸が鉛直線となす角度を θ 、重力加速度を g とすると、 θ の時間発展を表す微分方程式は、 $\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin \theta$ である。議論を簡単にするため、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $l = 9.8 \text{ m}$ として、方程式を $\ddot{\theta} = -\sin \theta$ に簡略化しよう。さらに、 θ の代わりに y という文字を使い、変数として時刻 t でなく x を使い、 $\ddot{\theta}$ の代わりに y'' と書くことにしよう。これがこの問題で解きたい微分方程式、

$$y'' = -\sin y \quad \cdots (1)$$

である。この微分方程式を解析的に解くには楕円関数という特殊な関数の知識が必要なので、高校の物理では、代わりに、 y の絶対値が小さいとして、 $\sin y$ を y で近似して得られる方程式

$$y'' = -y \quad \cdots (2)$$

を考察の対象とした。初期条件として、

$$x = 0 \text{ で } y = 0, y' = a \quad \cdots (3)$$

(ただし a は定数) を要請すると、(2) の解は

$$y(x) = a \sin x \quad \cdots (4)$$

である。この運動は単振動と呼ばれる。以上のことは今学期の力学 I で学んだことと思う。

しかし、テーラー展開の形でよければ、楕円関数の知識がなくても微分方程式 (1) の解を求めることができる。そこで、下記の (i)、(ii) を課題として与える。

(i) 微分方程式 (1) の初期条件 (3) を満たす解 $y(x)$ を、 $x = 0$ を中心としたテーラー展開の形で表せ。 x^7 の項の係数まで求めよ。

(ii) また、得られた解を、単振動解 (4) をテーラー展開したものと比較して、両者の差異についてコメントせよ。

課題【2】

z は 2 変数 x, y の関数である。変数変換 $x = r^2 \cos \theta$, $y = r^2 \sin \theta$ を考えると、 z は別の 2 変数 r, θ の関数であると見ることもできる。このとき、 $z_{xx} + z_{yy}$ を、 $r, \theta, z_r, z_\theta, z_{rr}, z_{r\theta}, z_{\theta\theta}$ を用いて表せ。ただし、答を書き表すのに、上に列挙した偏導関数が全て必要なわけではない。

福井大学工学部物理工学科 2007年度前期 微分積分演習I レポート

学籍番号：

氏 名：

提出日付：

選択課題番号：

(どちらかを○で囲め)

提出枚数：この用紙を含めて合計

枚
