

福井大学工学部物理工学科 2006 年度前期 微分積分演習 I レポート課題

2006 年 7 月 18 日出題 担当教員：田嶋

下記の課題【1】ないし【2】のどちらか一方を選択し、その課題に対する解答を作成し、提出せよ。

提出場所：

提出期限： 2006 年 8 月 10 日 (木曜日) 午後 6 時 30 分

レポート用紙のサイズは、A4 に限る。縦長に置いて使用し、上辺から 2cm 以内には何も書かないようにせよ (この部分を綴じしろとするためである)。1 枚目には、配布した用紙を使用せよ。2 枚目以降は各自で A4 用紙を手配して使用せよ。左上をステープラー (ホッチキス) で留めよ。上記の規格に合致しないレポートは受け付けない (JABEE 審査の資料として保管しなければならないからである)。

課題【1】

x と y に $x = e^y \sin y$ という関係があるとき、 y を $x = 0$ の近傍で x^6 の項までテーラー展開せよ。剰余項は $O(x^7)$ と略記してよい。 x^6 の項までは求め難いと感じる者も、なるべく高い次数の項の係数まで求めるよう努力すれば、それなりに評価される。

課題【2】

関数 $y_n(x)$ (n は自然数) を以下の漸化式で定義する。

$$y_1(x) = x$$

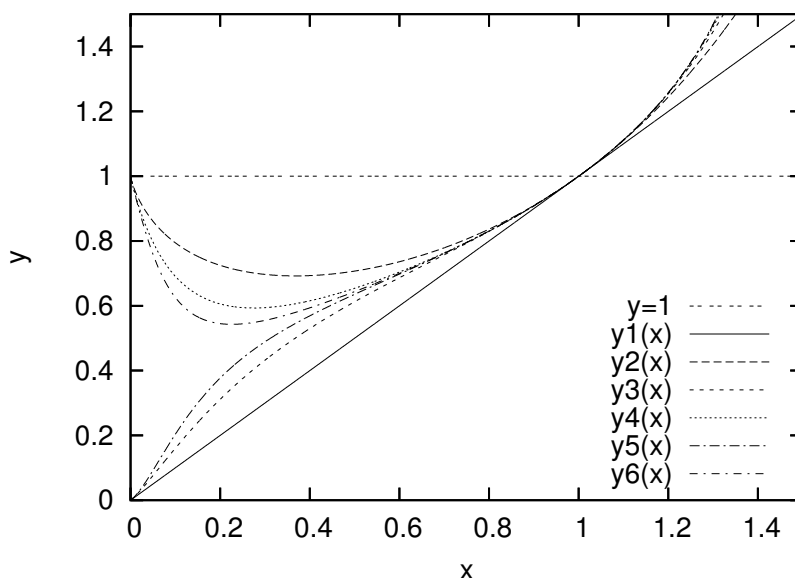
$$y_{n+1}(x) = x^{y_n(x)} \quad (n \geq 1)$$

即ち、 $y_2(x) = x^x$, $y_3(x) = x^{x^x}$, $y_4(x) = x^{x^{x^x}}$, $y_5(x) = x^{x^{x^{x^x}}}$, $y_6(x) = x^{x^{x^{x^{x^x}}}}$, ... である。

このとき、任意の自然数 n について下記の 4 つの量を求めよ。

(a) $y_n(1)$ (b) $y'_n(1)$ (c) $\lim_{x \rightarrow +0} y_n(x)$ (d) $\lim_{x \rightarrow +0} y'_n(x)$

ただし、 $y'_n(x) = \frac{d}{dx} y_n(x)$ である。必要ならば、 n の偶奇で場合分けして答えよ。参考までに、数値的手段で描いた $y_1 \sim y_6$ のグラフを示す。このグラフを見ると結果が推測できると思うが、レポートに解答して欲しいことは、その推測を数学的に厳密な論理で証明することである。証明にあたっては、対数微分法やロピタルの定理を活用するとよい。



福井大学工学部物理工学科 2006 年度前期 微分積分演習 I レポート

学籍番号：

氏 名：

提出日付：

選択課題番号：

(どちらかを○で囲め)

提出枚数：この用紙を含めて合計

枚
