EI,MB 学科 微分積分 II(a,b)　定期試験　問題・答案用紙　（全６頁中の第１頁目）

福井大学工学部 電気電子情報工学科, 物質・生命化学科 1 年生対象, 担当教員 保倉・林・田嶋・小野田,　2019 年 2 月 8 日 1 限実施

[配布・提出物] 配布物はこの問題・答案用紙とマークシートである。問題・答案用紙のホッチキスは外さず綴じたまま, 全ての配布物を提出せよ。問題・答案用紙の各用紙とマークシートの所定欄に学科・学籍番号・氏名を記入・マークせよ。
[答え方] 大問【1】は計算過程を答案用紙に記した上で最終的な答をマークシートに記入せよ。大問【2】,【3】は計算過程と最終的な答を答案用紙にのみ記せ。（マークシートには対応する記入欄を設けていない。）
[数値のマークの仕方] 分数は約分可能なら必ず約分せよ。余分な桁には 0 を記入せよ。負符号 (−) が必要なら, 分子の左端の枠に入れよ。0 を答えとするときの分母は 1 とせよ。

記入例： $2=\boxed{2}=\boxed{0}\boxed{2}=\boxed{0}\boxed{0}\boxed{2}=\dfrac{\boxed{0}\boxed{2}}{\boxed{1}}=\dfrac{\boxed{0}\boxed{0}\boxed{2}}{\boxed{0}\boxed{1}}$,　$-3=\boxed{\text{-}}\boxed{3}=\boxed{\text{-}}\boxed{0}\boxed{3}=\dfrac{\boxed{\text{-}}\boxed{3}}{\boxed{1}}=\dfrac{\boxed{\text{-}}\boxed{3}}{\boxed{0}\boxed{1}}=\dfrac{\boxed{\text{-}}\boxed{0}\boxed{3}}{\boxed{0}\boxed{1}}$

$0=\boxed{0}=\boxed{0}\boxed{0}=\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}=\dfrac{\boxed{0}\boxed{0}}{\boxed{1}}=\dfrac{\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}}{\boxed{0}\boxed{1}}$　　$+\boxed{}\boxed{}$ に -3 を解答するには $+\boxed{\text{-}}\boxed{3}$

[注意 1] 積分定数は断りなく c, c', c'', c_1, c_2, c_3, $\cdots$ 等と書き表すものとする。
[注意 2] $\mathrm{Sin}^{-1}x$ を $\arcsin x$, $\mathrm{Cos}^{-1}x$ を $\arccos x$, $\mathrm{Tan}^{-1}x$ を $\arctan x$ と表記してもよい。

【1】 小問 i)〜xiv) の等式または文章に入る適切な数値を答えよ。(5 点× 4 問=20 点。第 2〜4 頁に続く。)

i) $\displaystyle\int_1^4 \sqrt{x^3}\,dx=\frac{\boxed{1}\boxed{2}}{5}$

ii) $\displaystyle\int_1^4 2^x\,dx=\frac{\boxed{3}\boxed{4}}{\log 2}$

iii) $\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}=\frac{\pi}{\boxed{5}\boxed{6}}$

iv) $\displaystyle\int_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{\pi}{\boxed{7}\boxed{8}}$

【1】（第 1 頁からのつづき。5 点× 3 問=15 点)

v) $\displaystyle\int_0^2 \frac{dx}{(x+2)(x+3)} = \log \frac{\boxed{9}}{\boxed{10}}$

vi) $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \log\left(\boxed{11} + \sqrt{\boxed{12}}\right)$

vii) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+\sin x} = \boxed{13} - \sqrt{\boxed{14}}$　(計算方法によっては $\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$ が役立つだろう。)

【1】（第 2 頁からのつづき。5 点× 4 問=20 点)

viii) $\displaystyle\int_0^4 \frac{dx}{x+\sqrt{x}} = \log \boxed{15}$

ix) $\displaystyle\int_2^\infty \frac{\log x}{x^3}\,dx = \frac{\log 2}{\boxed{16}} + \frac{1}{\boxed{17}\,\boxed{18}}$

x) $\displaystyle\frac{d}{dx}\int_{2x}^{3x} f(t)dt = \boxed{19}\,\boxed{20}\,f(x) + \boxed{21}\,\boxed{22}\,f(2x) + \boxed{23}\,\boxed{24}\,f(3x)$

xi) xy 平面上の曲線 $y=\sqrt{x^3}$　$\left(\dfrac{5}{9} \leq x \leq \dfrac{32}{9}\right)$ の長さは $\boxed{25}$ である。

【1】（第 3 頁からのつづき。5 点× 3 問=15 点)

xii) $\displaystyle\iint_D x^2 y\,dxdy = \boxed{26}\,\boxed{27}$　但し $D = \{(x,y)\,|\,1 \le x \le 3,\ 2 \le y \le 4\}$ とする。

xiii) $\displaystyle\iint_D x^2 y\,dxdy = \frac{2}{\boxed{28}\,\boxed{29}}$　但し $D = \{(x,y)\,|\,x \le y,\ -x \le y,\ y \le 1\}$ とする。

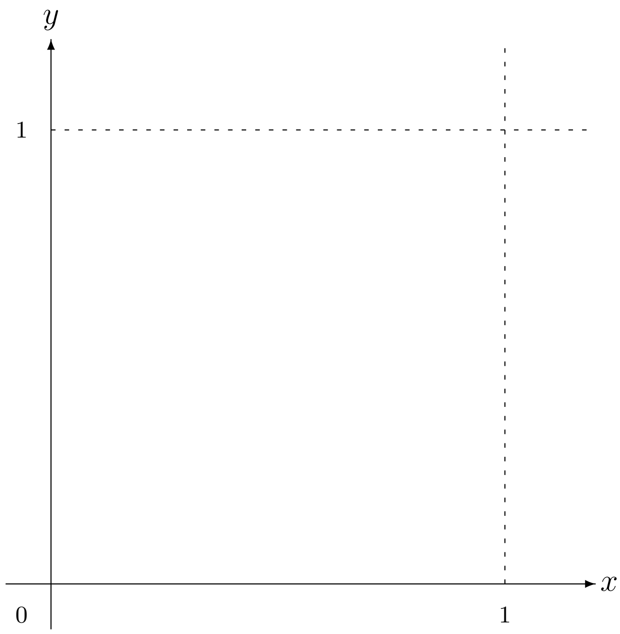
xiv) $\displaystyle\iint_D x^2 y\,dxdy = \frac{\sqrt{2}}{\boxed{30}\,\boxed{31}}$　但し $D = \left\{(x,y)\,\middle|\,x \le y,\ -x \le y,\ x^2 + y^2 \le 1\right\}$ とする。

【2】 $I = \int_0^1 dy \int_{y^2}^{y^{1/3}} f(x,y)\,dx$ とする。以下の小問に答えよ。(15 点)

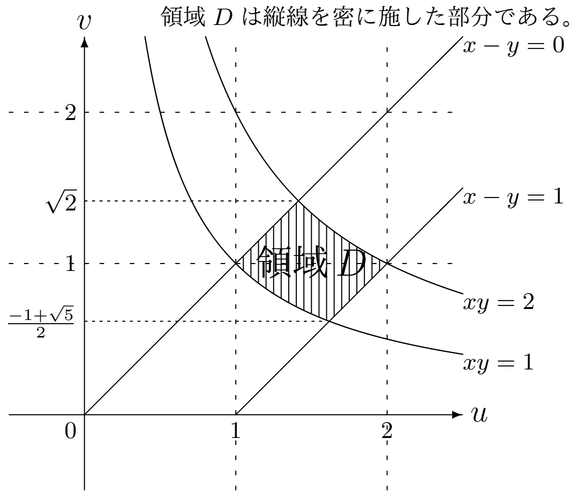
(1) 累次積分として定義された I が xy 平面上の領域 D での二重積分と値が等しくなる、即ち、 $I = \iint_{\mathrm{D}} f(x,y)dxdy$ が成り立つような領域 D を右のグラフ描画区画に描け。(5 点)

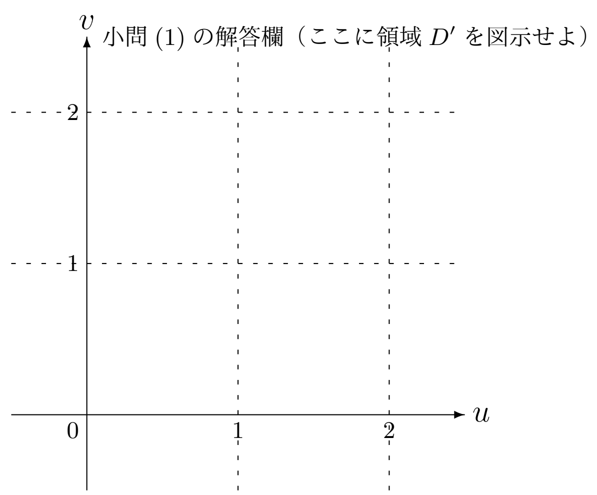
(2) 累次積分 I の積分順序を変更せよ。(5 点)

(3) $f(x,y) = ye^{7x^2-2x^7}$ のとき I を求めよ。(5 点)



【3】 $I = \iint_D xy(x^2 - y^2)dxdy$, $D = \{(x,y) \mid 0 \le x,\ 0 \le y,\ 0 \le x - y \le 1,\ 1 \le xy \le 2\}$ とする。領域 D を図示すると左下のグラフになる。また、$u = x - y,\ v = xy$ とし、(x,y) が領域 D を動くとき (u,v) の動く領域を D' とする。以下の小問に答えよ。(15 点)





(1) 領域 D' を右上のグラフ描画区画に描け。(5 点)

(2) ヤコビアン $\dfrac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$ を求めよ。但し、答は u,v を使わず、x,y で表せ。(5 点)

(3) I を求めよ。(5 点)　　**【補足説明】** $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \dfrac{1}{\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}}$ が成立する。この関係式を (その証明を答案に記すことなく) 使用してよい。