情報・知能１年生 微分積分 II A・B クラス共通 定期試験問題 2005 年 2 月 8 日 1 限実施

各人に問題用紙１枚、答案用紙１枚 (表裏使用)、計算用紙１枚を配布する。

答案用紙１枚のみを提出し、問題用紙と計算用紙は持ち帰れ。

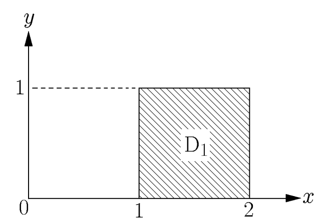
【1】 下記の小問 (1) 〜 (3) の不定積分を求め，解答欄に答のみを記入せよ．積分定数は省略してよい．

(1) $\displaystyle\int x^2 e^{x^3}\,dx$　　(2) $\displaystyle\int xe^{2x}dx$　　(3) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2+2}$

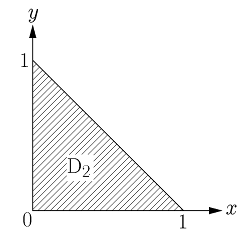
【2】 極座標表示された曲線 $r=1+\sin\theta$ の概形を描け。またこの曲線によって囲まれた部分の面積 S を求めよ。

[ヒント 1: 極座標表示された曲線の描き方の基本] θの値を決め、r の値を計算し、(θ,r) の値から (x,y) の値を計算し、(x,y) を座標とする点をグラフ上にプロットします。色々なθの値を使って点の個数を増やせば曲線の形が見えてきます。これらの点を曲線でつなげば、求める曲線になります。
[ヒント 2: 極座標表示された曲線の囲む領域の面積の求め方] 極座標表示された平面図形の面積の公式を知っている人はその公式を使いなさい。知らない人は、２変数関数 $f(x,y)=1$ をその図形の表す領域で二重積分すると面積 S が得られます。その理由は、二重積分の値は、底面積 S, 高さ 1 の柱状の立体の体積 $S\times 1=S$ を表しているからです。

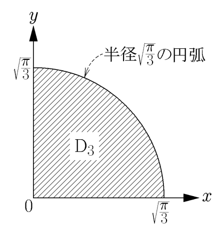
【3】 重積分 $I_1=\displaystyle\iint_{\mathrm{D}_1} xy^3\,dxdy$ の値を求めよ。
ただし D_1 は右図で斜線を施した領域である。



【4】 重積分 $I_2=\displaystyle\iint_{\mathrm{D}_2} x^3y\,dxdy$ の値を求めよ。
ただし D_2 は右図で斜線を施した領域である。



【5】 重積分 $I_3=\displaystyle\iint_{\mathrm{D}_3} \sin(x^2+y^2)\,dxdy$ の値を求めよ。
ただし D_3 は原点を中心とし半径 $\sqrt{\dfrac{\pi}{3}}$ の円の内部の第一象限にある部分 (右図で斜線を施した領域) である。



【6】 下記の等式 (1),(2) が成り立つように $\boxed{ア}$〜$\boxed{ク}$ を埋めよ。答案用紙の解答欄に答のみを記せ。

(1) $\displaystyle\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)\,dy=\int_{\boxed{イ}}^{\boxed{ア}} dy\int_{\boxed{エ}}^{\boxed{ウ}} f(x,y)\,dx$

(2) $\displaystyle\int_0^1 dx\int_0^2 f(x,y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{4-2x} f(x,y)dy=\int_{\boxed{カ}}^{\boxed{オ}} dy\int_{\boxed{ク}}^{\boxed{キ}} f(x,y)dx$

【7】 $I=\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx$ の値を求めよ。

福井大学 工学部
情報・知能 1年生

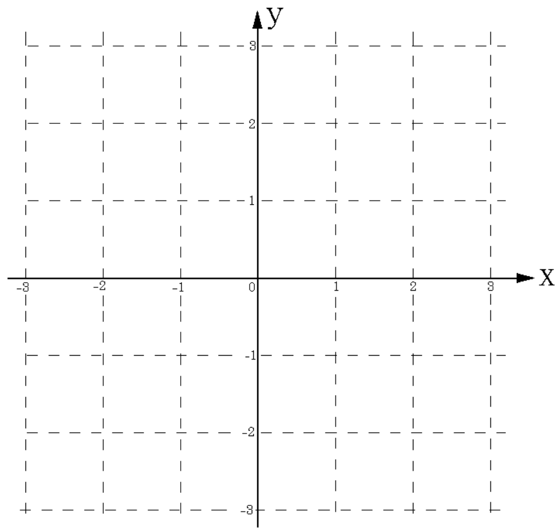
微分積分 II A・B 共通 定期試験 答案用紙

2005 年 2 月 8 日 1 限実施

【1】
24 点

(1)	(2)	(3)

【2】
10 点



【3】
15 点

【4】
15 点

【5】
10 点

【6】
16 点

ア)	ウ)	オ)	キ)
イ)	エ)	カ)	ク)

【7】 は裏面に解答せよ。(10 点)

学科		学籍番号									氏名		得点	

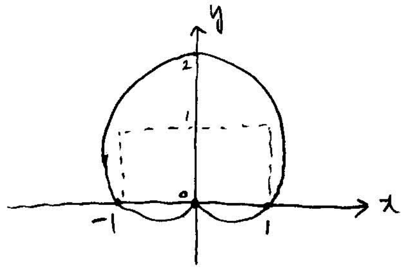
2004年度後期 微分積分II 定期試験 解答・採点基準

[1] (1) $\frac{1}{3}e^{x^3}$ (2) $\frac{2x-1}{4}e^{2x}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{2}}\arctan\frac{x}{\sqrt{2}}$

各小問8点 合計24点

完全に正解でなければ0点。(符号がちがうだけでも0点)

[2]

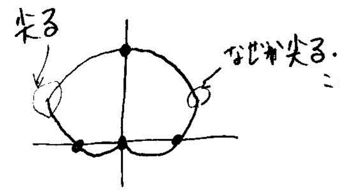


グラフに5点, 面積に5点, 合計10点.

グラフの配点
- $(0,2)$ を通る --- 1点
- $(1,0)$ を通る --- 1点
- $(-1,0)$ を通る --- 1点
- $(0,0)$ を通り, $\theta=\frac{3}{2}\pi\pm\varepsilon$ で $y<0$ となっている --- 1点.
- 上の4条件をクリアし、しかも $(\pm1,1)$ を内側に含む丸っこい形になっている --- 1点

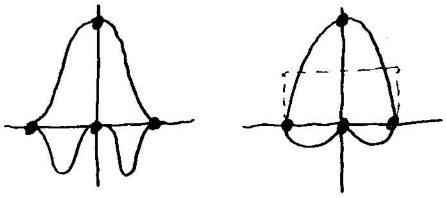
点を線でつないでいない ----- −2点 以上減点.

5点

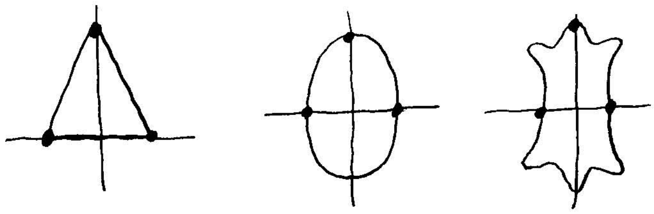


この程度は目をつぶる

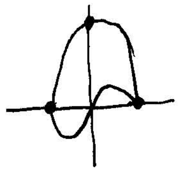
4点.



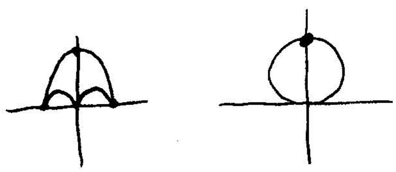
3点



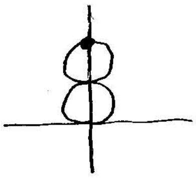
2点.



1点



0点



極座標の理解が怪しいので0点.

[2] の面積（5点）

$$S = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} r^2 \, d\theta$$ ↑2点。 因子$\frac{1}{2}$を誤る…1点。

$$= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} (1+\sin\theta)^2 \, d\theta$$ ↑3点。 因子$\frac{1}{2}$を誤る…2点。

$$= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} (1+2\sin\theta+\sin^2\theta) \, d\theta$$

$$= \frac{1}{2}(2\pi + 0 + \pi)$$

$$= \frac{3}{2}\pi$$ ↑5点。 最初から因子$\frac{1}{2}$を誤っている…4点。

または

ここが2のときは0点。

$$S = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{1+\sin\theta} r \, dr$$ ↑2点。 ヤコビアンr抜け…1点。

$$= \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2}r^2\right]_{r=0}^{r=1+\sin\theta} d\theta$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} (1+\sin\theta)^2 \, d\theta$$ ↑3点。

$$= \frac{3}{2}\pi$$ ↑5点。

[3] $$I_1 = \int_1^2 dx \int_0^1 dy \; x y^3$$ ↑5点。 この累次積分にまで到らない答は0点。

$$= \left[\frac{1}{2}x^2\right]_{x=1}^{x=2} \left[\frac{1}{4}y^4\right]_{y=0}^{y=1}$$

$$= \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4}$$

この間，計算ミス1ケ所につき3点を引く。

$$= \frac{3}{8}$$ ↑15点。

[4] $$I_2 = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \; x^3 y$$ ↑5点。 累次積分が正しくなければ0点。

$$= \int_0^1 dx \; x^3 \left[\frac{1}{2}y^2\right]_{y=0}^{y=1-x}$$ 部分点は与えなかった（与えてもよい）

$$= \frac{1}{2}\int_0^1 x^3(1-x)^2 \, dx$$ ↑10点。

$$= \frac{1}{2}\int_0^1 (x^3 - 2x^4 + x^5) \, dx$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5} + \frac{1}{6}\right)$$

部分点は与えなかった（与えてもよい）

$$= \frac{1}{120}$$ ↑15点。

[5]
(10点)

$$I_3 = \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\sqrt{\pi/3}} dr \cdot r \cdot \sin(r^2)$$ ↑ 6点

2点　2点　1点　1点（x, yでなくrで表せたら1点）

$$= \frac{\pi}{2} \left[-\frac{1}{2} \cos(r^2) \right]_{r=0}^{r=\sqrt{\pi/3}}$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{\pi}{8}$$ ↑ 10点

計算ミス1ヶ所につき2点引く

・$I_3 = \int_0^{\sqrt{\pi/3}} dx \int_0^{\sqrt{(\pi/3) - x^2}} dy \sin(x^2+y^2)$ という式には 3点を与える

[6]
(16点)

ア) 1　ウ) 1　オ) 2　キ) $2 - \frac{y}{2}$

イ) 0　エ) y　カ) 0　ク) 0

各小問 2点 合計16点　部分点なし。

（アとイ，ウとエが同時に入れかわっても正解だが，そういう答案はなかった）
（オとカ，キとク）

[7]
(10点)

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy$$ ↑ 3点

$$= \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\infty} dr \cdot r\, e^{-r^2}$$ ↑ 6点

$$= 2\pi \left[-\frac{1}{2} e^{-r^2} \right]_{r=0}^{r=\infty}$$

$$= \pi$$

計算ミス1ヶ所につき1点引く
$I=\sqrt{\pi}$にするための変な式は1ヶ所1点引く．

$e^{-x^2} > 0$ より　$I > 0$ ・・・不問

$\therefore$　$I = \sqrt{\pi}$ ↑ 10点

・$I = \sqrt{\pi}$ という答だけを書いているとき ・・・ 1点．（答を覚えていることを評価する）

・$I = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy}_{3点} = \underbrace{(まちがった式)}_{部分点可} = \underbrace{\sqrt{\pi}}_{1点}$ とあれば 4点以上を与える