1 次の関数の 1 階導関数を計算せよ.

1. $f(x) = e^x \sin x$.
2. $f(x) = e^{x^2+x}$.
3. $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$.

2 $y = x^{2x}$ の 1 階導関数を計算せよ. (ヒント: 対数微分法)

科目名	試験日	出題者	学科・学籍番号	氏　　　　名	得　点
微分積分 I(期末)	H19 8/3	古関・堀邊 保倉・田嶋			/40

3 $y = \arcsin x$ の $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ での接線を求めよ.

4 次の関数の与えられた点でのテーラー展開を求めよ. ただし, 剰余項は, R_n 等の記号で略記してよい.

1. $f(x) = \cos 2x$, $x = 0$ で 2 次までの展開.
2. $f(x) = xe^x$, $x = 0$ で 3 次までの展開.

科目名	試験日	出題者	学科・学籍番号	氏　　名	得　点
微分積分 I(期末)	H19 8/3	古関・堀邊 保倉・田嶋			/30

$\boxed{\mathbf{5}}$ 次の極限値を求めよ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{\log(1+3x)}.$$

$\boxed{\mathbf{6}}$ $f(x,y)=x^2y^3+x^4$ について, 偏導関数 f_x, f_y, f_{xy} を計算せよ.

$\boxed{\mathbf{7}}$ $z=f(x,y)$ を全微分可能な関数とする. $x=\sin(u+v)$, $y=\cos(uv)$ とするとき, z_u, z_v を z_x, z_y, u, v を用いて表せ.

科目名	試験日	出題者	学科・学籍番号	氏　　名	得　点
微分積分 I(期末)	H19 8/3	古関・堀邊 保倉・田嶋			/30

$\boxed{1}$ 次の関数の1階導関数を計算せよ. ← 教科書では1次導関数と呼んでいる。

10点 1. $f(x) = e^x \sin x$.

10点 2. $f(x) = e^{x^2+x}$.

10点 3. $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$.

最終的な答しか書いていない場合は.
完全に正解なら10点，そうでなければ0点。

1. $f'(x) = e^x(\sin x + \cos x)$

2. $f'(x) = e^{x^2+x}(x^2+x)' = (2x+1)e^{x^2+x}$

なければ−5点、

3. $f'(x) = -\dfrac{(1+x^2)'}{(1+x^2)^2} = -\dfrac{2x}{(1+x^2)^2}$.

なければ−5点.

$\boxed{2}$ $y = x^{2x}$ の1階導関数を計算せよ.（ヒント: 対数微分法）
10点

なければ−5点、

$$y' = x^{2x}(2x\log x)' = x^{2x}(2\log x + 2) = 2x^{2x}(\log x + 1)$$

yとなっていたら−1点.

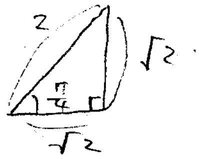
科目名	試験日	出題者	学科・学籍番号	氏　　名	得　点
微分積分 I(期末)	H19 8/3	古関・堀邊 保倉・田嶋			/40

3 $y = \arcsin x$ の $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ での接線の方程式を求めよ.

10点

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad y'\left(x=\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{2}}} = \sqrt{2} \quad \text{また } y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

1点



接線の方程式は

$$y = y'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= \sqrt{2}\cdot\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \quad \underline{y = \sqrt{2}\,x + \frac{\pi}{4} - 1} \quad \text{(答)}$$

3点　3点　3点

4 次の関数の与えられた点でのテーラー展開を求めよ. ただし, 剰余項は, R_n 等の記号で略記してよい.

10点 1. $f(x) = \cos 2x$, $x = 0$ で 2 次までの展開.

10点 2. $f(x) = xe^x$, $x = 0$ で 3 次までの展開.

1.
$$f(0) = \cos 0 = 1$$
$$f'(x) = -2\sin 2x, \quad f'(0) = 0$$
$$f''(x) = -4\cos 2x, \quad f''(0) = -4$$
$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + R_3$$
$$\underline{f(x) = 1 - 2x^2 + R_3} \quad \text{(答)}$$

部分点の与え方

$$\underset{3点}{1} + \underset{3点}{0\cdot x} - \underset{3点}{2\cdot x^2} + \underset{1点}{R_3}$$

2.
$$f(0) = 0\cdot e^0 = 0$$
$$f'(x) = e^x(x+1), \quad f'(0) = e^0(0+1) = 1$$
$$f''(x) = e^x(x+2), \quad f''(0) = e^0(0+2) = 2$$
$$f'''(x) = e^x(x+3), \quad f'''(0) = e^0(0+3) = 3$$
$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + R_4$$
$$= 0 + x + x^2 + \frac{1}{2}x^3 + R_4$$
$$\therefore \quad f(x) = x + x^2 + \frac{1}{2}x^3 + R_4$$

部分点の与え方

$$\underset{1点}{0} + \underset{2点}{1\cdot x} + \underset{3点}{1\cdot x^2} + \underset{3点}{\frac{1}{2}\cdot x^3} + \underset{1点}{R_4}$$

科目名	試験日	出題者	学科・学籍番号	氏　　名	得　点
微分積分 I(期末)	H19 8/3	古関・堀邊 保倉・田嶋			/30

5 次の極限値を求めよ．

10点

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{\log(1+3x)}.$$

計算ミス1ケ所につき−3点、

$$(与式) = \lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{\log(1+3x)} \underset{\text{ロピタルの定理}}{=} \lim_{x\to 0}\frac{2e^{2x}}{\frac{3}{1+3x}} = \frac{2}{3} \quad (答)$$

2点　6点

（別解）

$$(与式) = \lim_{x\to 0}\frac{1+2x+O(x^2)-1}{3x+O(x^2)} = \lim_{x\to 0}\frac{2+O(x)}{3+O(x)} = \frac{2}{3} \quad (答)$$

6 $f(x,y) = x^2y^3 + x^4$ について，偏導関数 f_x, f_y, f_{xy} を計算せよ．

10点

$f_x = 2xy^3 + 4x^3$ （答） 3点

$f_y = 3x^2y^2$ （答） 3点

$f_{xy} = \frac{\partial}{\partial y}(2xy^3+4x^3) = 6xy^2$ （答） 4点

7 $z = f(x,y)$ を全微分可能な関数とする．$x = \sin(u+v)$, $y = \cos(uv)$ とするとき，z_u, z_v を z_x, z_y, u, v を用いて表せ．

10点

$z_u = z_x x_u + z_y y_u = z_x \cos(u+v) - z_y v \sin(uv)$ （答） 5点

1点

$z_v = z_x x_v + z_y y_v = z_x \cos(u+v) - z_y u \sin(uv)$ （答） 5点

1点

科目名	試験日	出題者	学科・学籍番号	氏　　名	得　点
微分積分I(期末)	H19 8/3	古関・堀邊 保倉・田嶋			/30