

1. 逆三角関数について、次の問に答えよ。(各15点)

(1)  $\tan\left(\arctan\frac{3}{5}\right)$  の値を求めよ.

(2)  $y = \arccos(2x)$  のグラフを描け。

( $x$  軸は横軸,  $y$  軸は縦軸として描くこと)

2. 関数  $y = f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  の逆関数を求めよ。(10点)

3. 次の関数の導関数を求めよ。(各10点)

(1)  $\arccos(3x)$

(2)  $\frac{x}{\sqrt{1-x}}$

(3)  $x^x$

4.  $n = 1, 2, 3$  について、次の関数の  $n$  階導関数を求めよ。(各15点)

(1)  $\log(x-1)$

(2)  $x^2 \sin x$

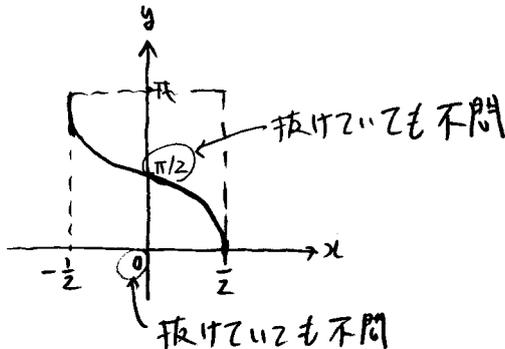
1. (1) 答  $\frac{3}{5}$  のみで満点15点を与える

$\arctan$  の逆関数か  $\tan$  であることより理由は自明なので説明不要

もしも  $\arctan(\tan x)$  なら値域、定義域についての記述が必要だがこの内では必要ない。

(2) 「 $x$ の最小値  $-\frac{1}{2}$ 」, 「 $x$ の最大値  $\frac{1}{2}$ 」, 「 $y=0$ で  $x$ 最大」, 「 $y=\pi$ で  $x$ 最小」  
 「 $0 \leq y < \pi$  の枝が選ばれていること」の5項目に各3点、合計15点。

- $f'(\pm \frac{1}{2}) = -\infty$  になっているかどうか --- 不問とする
- $y = \cos 2x$  のグラフを描いた --- 0点.
- $y = \cos 2x$  と  $y = \arccos 2x$  のグラフを一枚のグラフに描き込み、  
 どちらのカーブがどちらの関数か区別を明記していない --- -2点.
- $y = x$  に関して折り返して描くという作図法がみとめられるか。  
 できた図はまちがっている --- 2点以下0点を与える



2.  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

$e^{2x} - 2y e^x - 1 = 0$   $\uparrow$  2点.

$e^x = y \pm \sqrt{y^2 + 1}$   $\uparrow$  4点.

$|y| < \sqrt{y^2 + 1}$ ,  $e^x > 0$ より「 $\pm$ 」の「 $-$ 」は不適 ← 理由なく「 $\pm$ 」の「 $+$ 」のみを

$\therefore e^x = y + \sqrt{y^2 + 1}$   $\uparrow$  9点.

$\therefore x = \log(y + \sqrt{y^2 + 1})$   $\uparrow$  10点.

•  $x = \log(y \pm \sqrt{y^2 + 1})$  という答には 6点.

• 「 $x = \operatorname{arcsinh} y$ 」 という答 --- 0点

• 「 $x = \operatorname{arcsinh} y = \log(y + \sqrt{1 + y^2})$ 」 とのみ答に答える --- 1点.

• グラフが描かれている --- 評価の対象にしない

残れば -2点.

3.

(1)  $\{\arccos(3x)\}' = \ominus \frac{\textcircled{3}}{\sqrt{1-9x^2}}$  ← 3点.  
 ↑ 3点

•  $\sqrt{1-x^2}$  は  $\sin(\arccos x)$  と書く --- 3点.

•  $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  を知っていることがみとれる --- 3点以下の点を与えらることはある

(2)  $\left(\frac{x}{\sqrt{1-x}}\right)' = 1 \cdot (1-x)^{-1/2} + x(-\frac{1}{2})(1-x)^{-3/2} \cdot (-1) = \frac{1}{\sqrt{1-x}} + \frac{x}{2(1-x)\sqrt{1-x}}$

"  $= \frac{1 \cdot \sqrt{1-x} - x \frac{-1}{2\sqrt{1-x}}}{(\sqrt{1-x})^2} = \frac{2-x}{2(1-x)\sqrt{1-x}}$

"  $= \frac{x}{\sqrt{1-x}} \cdot \left(1 \cdot \frac{1}{x} - \frac{1}{2} \frac{-1}{1-x}\right) = \frac{x}{\sqrt{1-x}} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2(1-x)}\right)$

• 積・商・対数微分など解き方が分かる。どの解き方でも、ミス一つ起こると3点を引く。

• 最も多い誤答は符号を1箇所まちがえて  $\frac{2-3x}{2(1-x)\sqrt{1-x}}$  としたの --- 7点を与えらる

(3)  $(x^x)' = (e^{x \log x})' = e^{x \log x} (1 \cdot \log x + x \cdot \frac{1}{x}) = x^x (\log x + 1)$

•  $x^x (\log x - 1)$  --- 7点まち

4. (1)  $\log(x-1)' = \frac{1}{x-1}$ ,  $\{\log(x-1)\}'' = -\frac{1}{(x-1)^2}$ ,  $\{\log(x-1)\}''' = \frac{2}{(x-1)^3}$

各5点 × 3 = 15点.

各階、正答のみ5点, 少しでもちがえば0点.

n階の一般式が について書いてあっても採点の対象にしない

(2)  $(x^2 \sin x)' = 2x \sin x + x^2 \cos x$

$(x^2 \sin x)'' = (2-x^2) \sin x + 4x \cos x$

$(x^2 \sin x)''' = -6x \sin x + (6-x^2) \cos x$

• 各階に、正答のみ5点, 少しでもちがえば0点.

• 正答でも、項の整理をしていないときは4点と数 (  $2x \cos x + 2x \cos x$  は  $4x \cos x$  に書き直していない )

• Leibnizの公式 による n階の一般式しか書いていないときは

その式が正解なら10点を与えらる。まちがってれば部分点を与えらることはある。