2003/8/1 実施

(この部分に記入しないこと)　　とじしろ　　(この部分に記入しないこと)

1. 次の関数の 1 階導関数を計算せよ.

各5点

(a) $f(x) = e^{2x-1}$.

(b) $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$.

(c) $f(x) = \arcsin(x^2)$.

(d) $f(x) = x^2 \tanh x$.

(e) $f(x) = (\arccos x)^3$.

試験科目名		学科・学籍番号	氏　名	点　数
微分積分I	1 枚目/4 枚中			25

2. 次の関数の与えられた点でのテーラー展開を求めよ．ただし，剰余項の具体的な形は与えなくてもよく、R_n 等の記号で略記すればよい。

各5点

(a) $f(x) = \cosh x$, $x = 0$ で 4 次までの展開.

(b) $f(x) = \log(1-x)$, $x = 0$ で 3 次までの展開.

(c) $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$, $x = 0$ で n 次までの展開．ただし，n は 1 以上の整数.

3. 次の極限値を求めよ．

各5点

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{e^{-3x}-1}$.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{e^x}$.

試験科目名		学科・学籍番号	氏　名	点　数
微分積分I	2 枚目/4 枚中			25

4. 以下の問いに答えよ.

12点 (a) $f(x,y)=x^3y^2-y^5$ について, 偏導関数 f_x, f_y を求めよ.

13点 (b) $f(x,y)=x^y$ について, 2 階の偏導関数 f_{xx}, f_{xy}, f_{yy} を求めよ.

試験科目名		学科・学籍番号	氏　名	点　数
微分積分I	3 枚目 / 4 枚中			25

5. 多変数関数の合成関数の公式を用いて, 以下の問いに答えよ.

12点、 (a) $z = x^y$, $x = t$, $y = t^3$ とするとき, $\dfrac{dz}{dt}$ を t の関数として求めよ. (答えの式に x, y が含まれてはいけない)

13点、 (b) $z = f(x, y)$, $x = u^2 - v^2$, $y = 2uv$ とするとき, z_u, x_v を z_x, z_y, u, v を用いて表せ.

z 訂正

試験科目名		学科・学籍番号	氏名	点数
微分積分I	4枚目/4枚中			25

2003/8/1 実施分

1、(a) $(e^{2x-1})' = 2e^{2x-1}$

(b) $\left(\dfrac{1}{x+1}\right)' = -\dfrac{1}{(x+1)^2}$

(c) $\{\arcsin(x^2)\}' = \dfrac{1}{\sqrt{1-(x^2)^2}} \cdot (x^2)' = \dfrac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$

(d) $(x^2 \tanh x)' = (x^2)' \tanh x + x^2 (\tanh x)'$

$= 2x \tanh x + \dfrac{x^2}{\cosh^2 x}$ $\quad \because \left(\dfrac{\sinh x}{\cosh x}\right)' = \dfrac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \dfrac{1}{\cosh^2 x}$

(e) $\{(\arccos x)^3\}' = 3(\arccos x)^2 (\arccos x)' = -\dfrac{3(\arccos x)^2}{\sqrt{1-x^2}}$

2、(a) $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + R_6$

(b) $f(x) = -x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + R_4$

(c) $f(x) = \sum_{k=0}^{n} x^k + R_{n+1}$

3、(a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\overset{\to 0}{\sin 2x}}{\underbrace{e^{-3x}}_{1} \underbrace{-1}_{\to 0}} = \lim_{x\to 0} \dfrac{2\cos 2x}{-3e^{-3x}} = -\dfrac{2}{3}$

(b) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\overset{\to\infty}{x^2-1}}{\underbrace{e^x}_{\infty}} = \lim_{x\to\infty} \dfrac{\overset{\to\infty}{2x}}{\underbrace{e^x}_{\infty}} = \lim_{x\to 0} \dfrac{2}{\underbrace{e^x}_{\to\infty}} = 0$

4. (a) $f_x = 3x^2y^2, \quad f_y = 2x^3y - 5y^4$

(b) $f_x = yx^{y-1}, \quad f_y = x^y \log x.$

$f_{xx} = y(y-1)x^{y-2}$

$f_{xy} = x^{y-1} + yx^{y-1}\log x = x^{y-1}(1 + y\log x)$

$f_{yy} = x^y (\log x)^2$

5、(a) $\dfrac{dz}{dt} = \dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{\partial z}{\partial y}\dfrac{dy}{dt} = yx^{y-1} \cdot 1 + x^y \log x \; 3t^2$

$= t^3 t^{t^3-1} + 3t^{t^3+2} \log t = t^{t^3+2} + 3t^{t^3+2}\log t$

$= t^{t^3+2}(1 + 3\log t)$

5. (b) $$\begin{pmatrix} z_u \\ z_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_x \\ z_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2u & 2v \\ -2v & 2u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_x \\ z_y \end{pmatrix}$$

$$\therefore \quad z_u = 2u\,z_x + 2v\,z_y$$

$$z_v = -2v\,z_x + 2u\,z_y$$