

答案用紙は縦長に置いて使用し、最上部に学籍番号と氏名を明記せよ。

1.  $y = \arcsin(x + 1)$  のグラフを描け。値のわかっている点の座標を書き入れた  
り、傾きのわかっている点での接線を点線で描き入れるなどして、できるだけ  
精密に描け。

2.  $y = x^{\arccos x}$  のとき  $\frac{dy}{dx}$  を求めよ。

3.  $y = x^2 \cosh x$  のとき  $\frac{d^n y}{dx^n}$  を求めよ。ただし  $n$  は 2 以上の偶数とする。

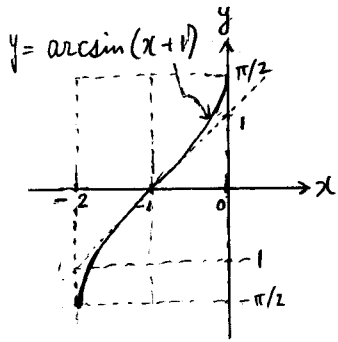
4.  $\arcsin \frac{1}{3} + \arcsin \frac{2}{3} = \arcsin x$  を満たす  $x$  を求めよ。ただし左辺の値が  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$   
の範囲内にあることは既にわかっているものとせよ。

5.  $\tanh$  の逆関数  $\operatorname{arctanh}$  は

$$\operatorname{arctanh} x = \frac{1}{2} \log \frac{1+x}{1-x}$$

と表せることを示せ。ただし  $-1 < x < 1$  とする。

1.  
20点



定義域  $[-2, 0]$  ... 5点.  
 値域  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  ... 4点.  
 $f(-1) = 0$  ... 2点.  
 $f'(-1) = 1$  ... 2点.  
 概形  $\curvearrowright$  ... 4点, 多枝は(5)点.  
 $f'(-2) = f'(0) = +\infty$  描かれている ... 2点.

$x = -1$  で  $x$  軸に接したら減点.  
 傾き1で交差する.  
 $y = (x-1)^3$  のような線  
 誤 正  
 $x = 0$  で  $y$  軸に接する. 有限の傾きで交差したら減点.  
 誤 正

2.  
20点

$$\frac{dy}{dx} = y (\log y)' = x^{\arccos x} (\arccos x \log x)' = x^{\arccos x} \left( -\frac{\log x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\arccos x}{x} \right)$$

$$= x^{\arccos x - 1} \arccos x - \frac{\log x}{\sqrt{1-x^2}} x^{\arccos x}$$

3.  
20点

$$\frac{d^n y}{dx^n} = \binom{n}{0} x^2 (\cosh x)^{(n)} + \binom{n}{1} 2x (\cosh x)^{(n-1)} + \binom{n}{2} 2 (\cosh x)^{(n-2)}$$

$$= x^2 \cosh x + 2nx \sinh x + n(n-1) \cosh x$$

$$= (x^2 + n(n-1)) \cosh x + 2nx \sinh x$$

\*  $(\cosh x)' = \sinh x$ ,  $(\sinh x)' = \cosh x$  なのぞ,  $n$  が偶数なら  $(\cosh x)^{(n)} = \cosh x$

4.  
20点

$a = \arcsin \frac{1}{3}$ ,  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ,  $\sin a = \frac{1}{3}$ ,  $\cos a = +\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$   
 $b = \arcsin \frac{2}{3}$ ,  $0 < b < \frac{\pi}{2}$ ,  $\sin b = \frac{2}{3}$ ,  $\cos b = +\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

「 $\arcsin x = a + b$ 」 $\iff$  「 $x = \sin(a+b)$ 」かつ  $-\frac{\pi}{2} \leq a+b \leq \frac{\pi}{2}$   
 (  $-\frac{\pi}{2} \leq a+b \leq \frac{\pi}{2}$  を示すには:  $0 < x < 1 \implies y = \arcsin x$  は  $y = \frac{\pi}{2}x$  以下にあるから  $\arcsin \frac{1}{3} < \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi}{2}$ ,  $\arcsin \frac{2}{3} < \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{2}$ . 辺々足すと  $\arcsin \frac{1}{3} + \arcsin \frac{2}{3} < \frac{\pi}{2}$  )

$$x = \sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{5}}{9}$$

5.  
20点

$y = \operatorname{arctanh} x$   
 $x = \tanh y = \frac{e^y - e^{-y}}{e^y + e^{-y}} = \frac{e^{2y} - 1}{e^{2y} + 1}$   
 $x e^{2y} + x = e^{2y} - 1$ ,  $(1-x) e^{2y} = x+1$ ,  $e^{2y} = \frac{1+x}{1-x}$   
 $-1 < x < 1$  で (右辺)  $> 0$ ,  $\therefore$  両辺の  $\log$  がとれて,  $y = \frac{1}{2} \log \frac{1+x}{1-x}$

建築建設工学科 微積分I 中間試験(2002/6/21実施) 成績分布

【総合得点の分布】		【問題ごとの得点の分布】					
得点	人数	問題番号	1	2	3	4	5番
0~9		得					
10~19		5~9					
20~29		10~14					
30~39		15~19					
40~49		20~20					
50~59		平均点					点
60~69							
70~79							
80~89							
90~99							
受験者数	94人	平均点					点
		標準偏差					点