2009年 2月12日 修士論文公聴会

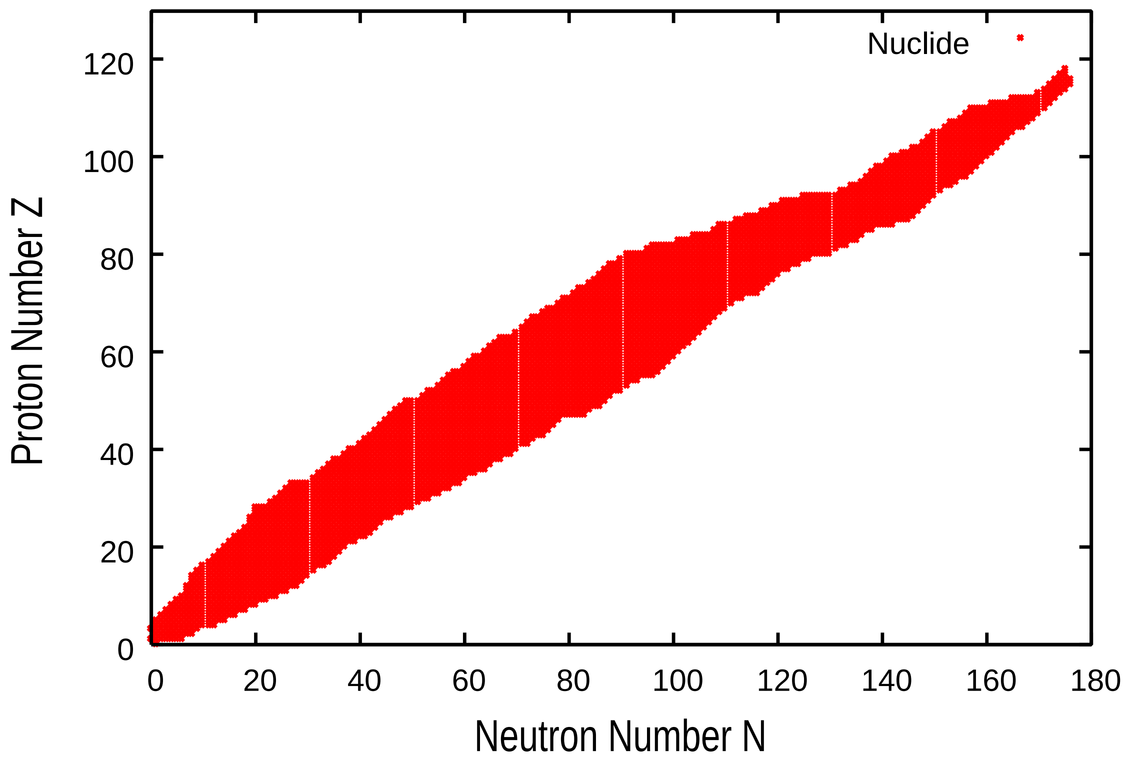
球対称平均場模型と近似的な変形の扱いによる原子核質量公式

福井大学大学院 物理工学専攻 原子核理論研究室
07780133 山田 昌平

背景

存在が確認されている原子核 ：『約3,000種』

原子核の性質 ⟹ 原子核の質量 (エネルギーと等価)



2003年版原子質量推奨値表(G.Audi,A.H.Wapstra)

研究の目的

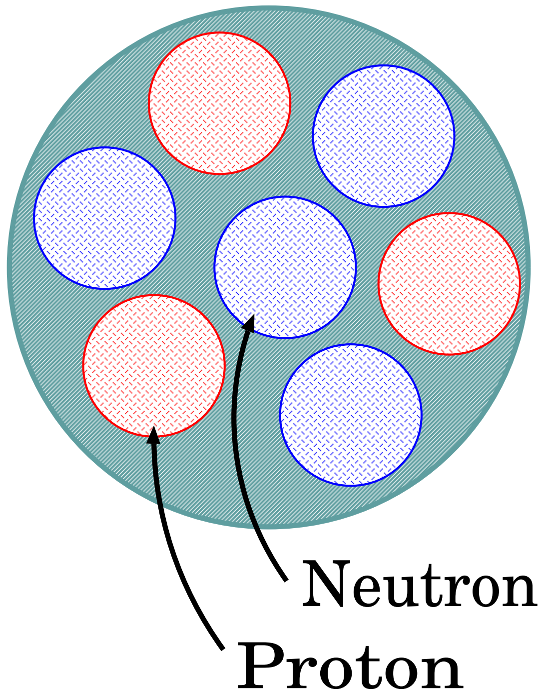
理論的な予測手段　『原子核の質量公式』

質量公式

原子核の質量を
中性子の個数と陽子の個数の関数
として与えるもの

昔	ー	式
現在	ー	プログラム

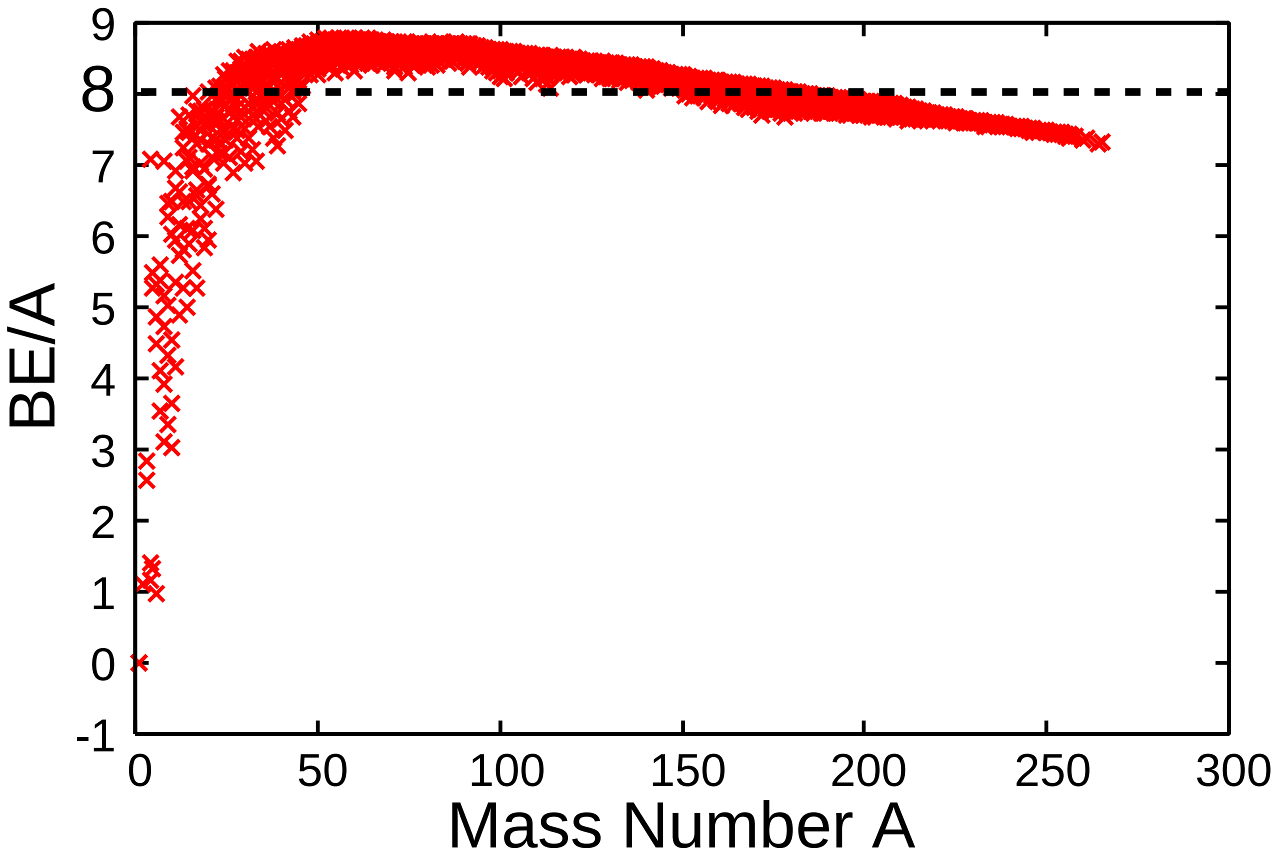
nucleus



原子核の結合エネルギー

1核子(中性子、陽子の総称)当たりの結合エネルギー：約8.0MeV

⟹<u>結合エネルギーの飽和性</u>



液滴模型

Weizsäcker-Betheの質量公式(1930年代)

$$\mathrm{BE}(N,Z) = B_{\mathrm{vol}} + B_{\mathrm{surf}} + B_{\mathrm{sym}} + B_{\mathrm{C}} + B_{\mathrm{eo}}$$

体積項 $$B_{\mathrm{vol}} = a_{\mathrm{vol}} A$$

表面項 $$B_{\mathrm{surf}} = a_{\mathrm{surf}} A^{2/3}$$

対称項 $$B_{\mathrm{sym}} = a_{\mathrm{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

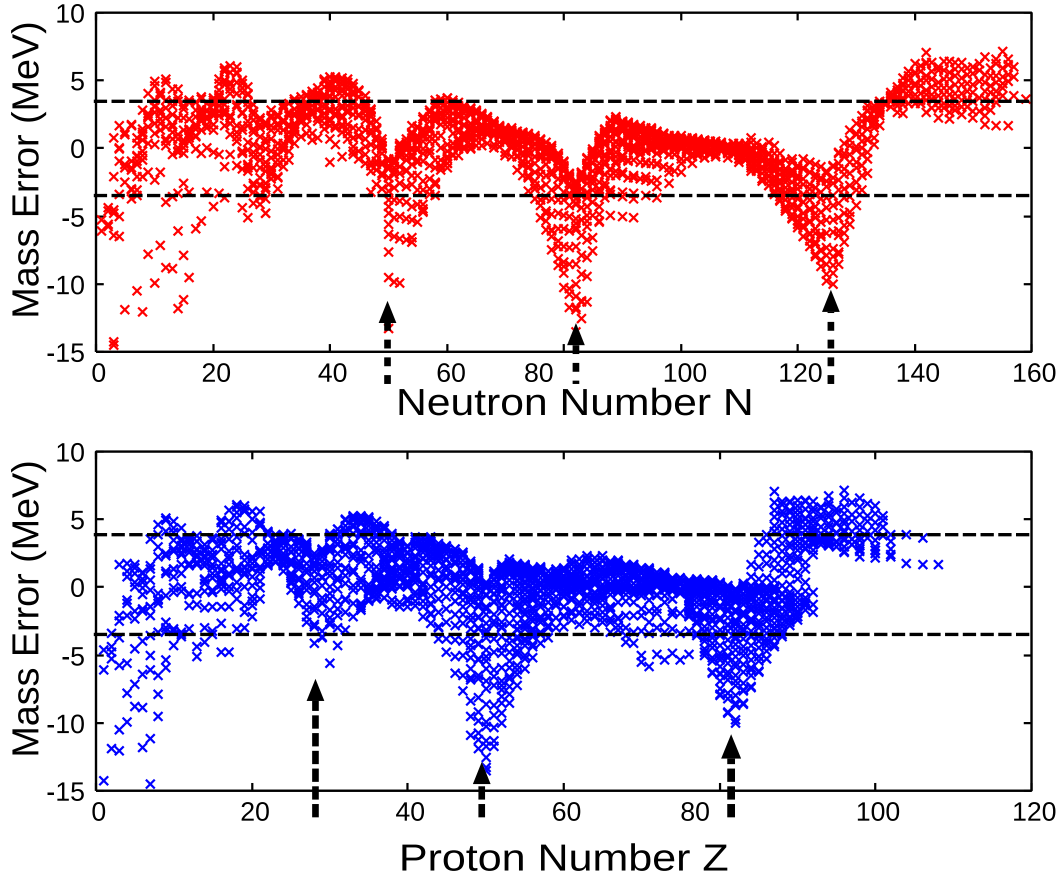
Coulomb項 $$B_{\mathrm{C}} = a_{\mathrm{C}} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

偶奇項 $$B_{\mathrm{eo}} = \begin{cases} a_{\mathrm{eo}}/A^{1/2} & \text{(偶偶核)} \\ 0 & \text{(奇核)} \\ -a_{\mathrm{eo}}/A^{1/2} & \text{(奇奇核)} \end{cases}$$

5つのパラメータはフィッティングで決定

WB質量公式の値と実験値の比較

平均誤差：約３．４ MeV



原子核の魔法数 ： 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

原子核の殻構造

独立粒子模型

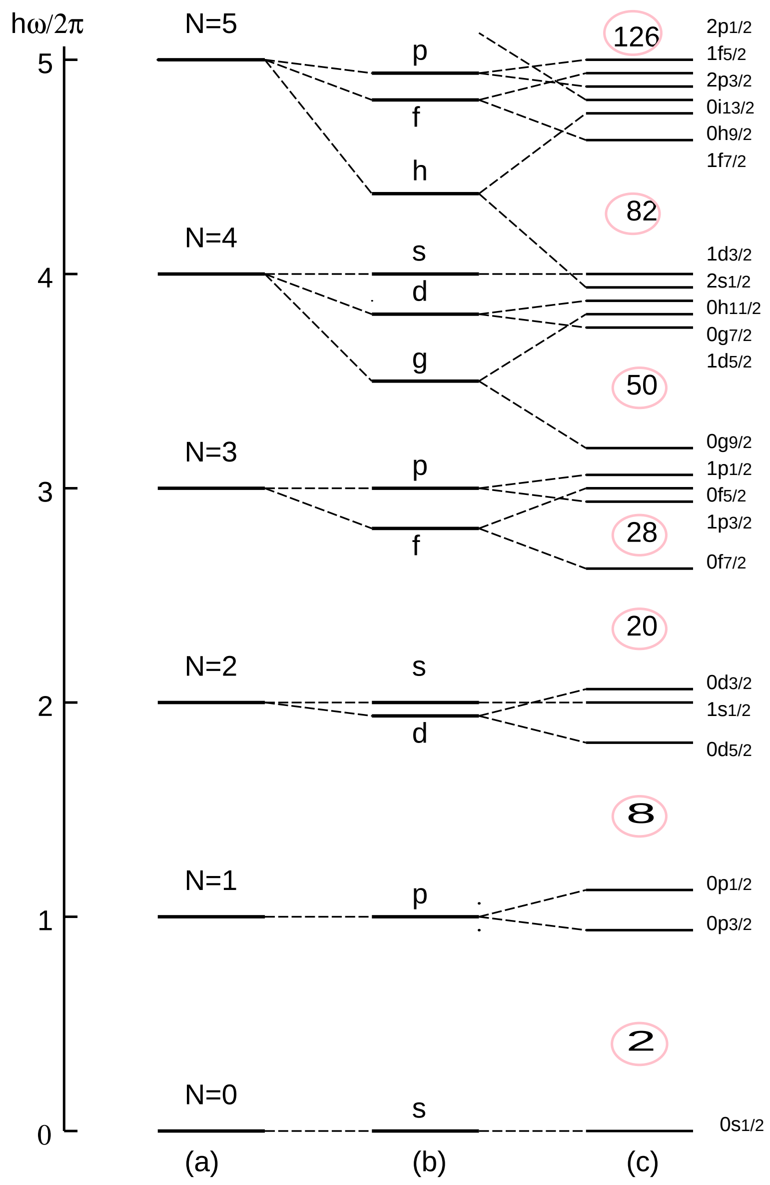
- 全核子が平均的な１体ポテンシャルを構成
- ポテンシャル中を各核子が独立に運動
- 個々の核子はエネルギー固有値を持つ

***jj* 結合殻模型(1949年 Mayer,Jensen)**

スピン軌道力の重要性

スピン軌道結合ポテンシャルを導入

魔法数を説明



(a) 調和振動子型ポテンシャル

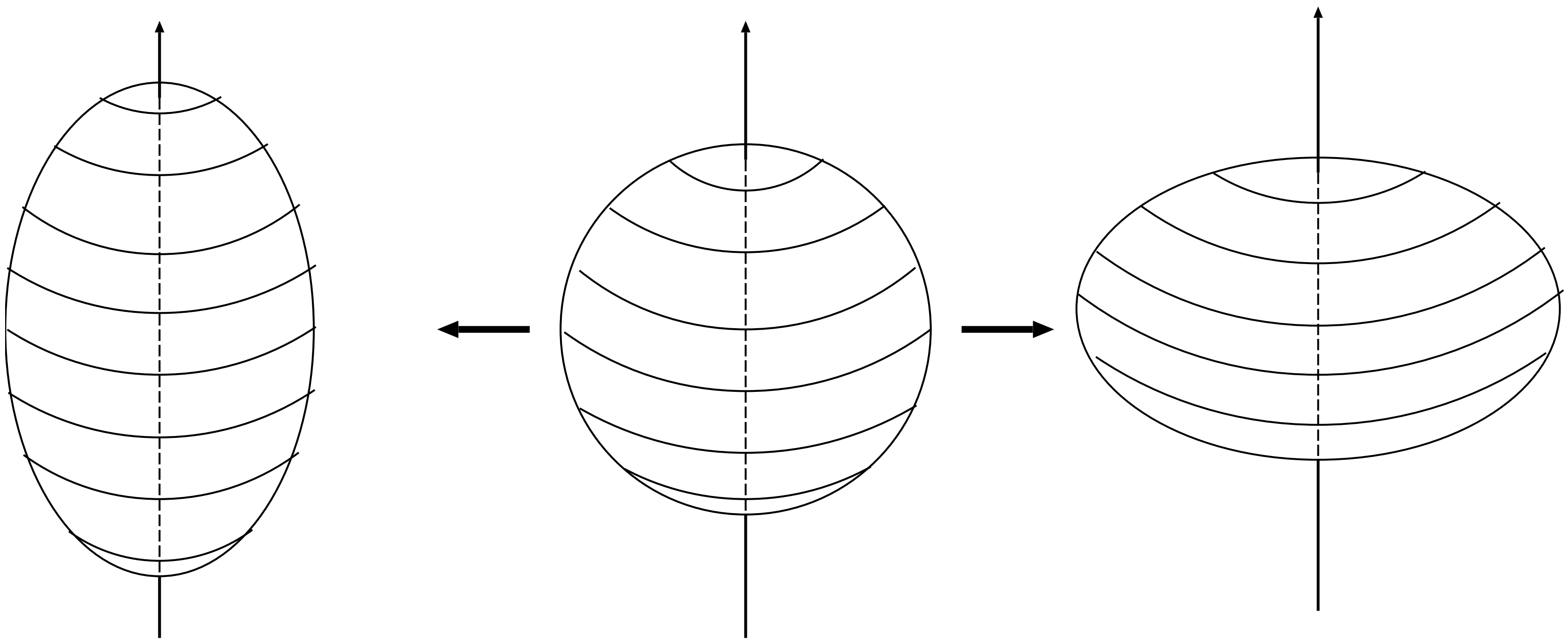
(b)Woods-Saxon 型ポテンシャル

(c) スピン軌道結合ポテンシャルの導入

核(原子核)の変形

陽子数(中性子数)が魔法数から離れた領域 ⟶ 核が変形

核の安定な形は必ずしも球形ではなく、楕円体の形になっている



Prolate Shape　　Sphere　　Oblate Shape

KUTY公式

２０００年に小浦氏、宇野氏、橘氏、山田氏が発表

特徴：変形核を球形核の重畳と見る近似

メリット

変形核を考慮した計算時間 ⟶ 非常に長時間

球対称性を仮定した計算時間 ⟶ 比較的短時間

その差、約３桁 ⟹ 計算量が激減

(広範なパラメータの最適化が可能になる)

KUTY公式と本研究との違い

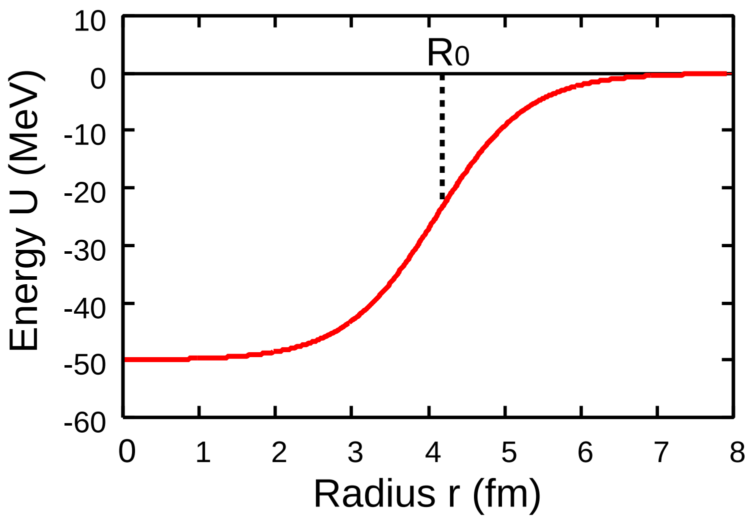
KUTY公式

平均場模型として、
Woods-Saxonポテンシャルを使用

⇓

$$U(r) = \frac{U_0}{1 + \exp\{(r - R_0)/a\}}$$

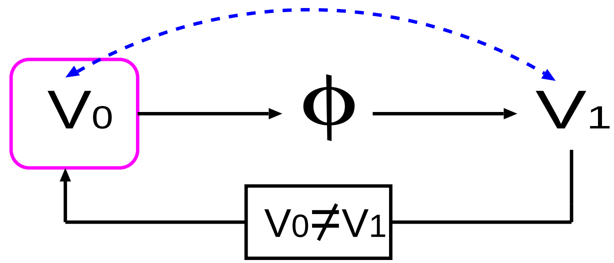
U_0：ポテンシャルの深さ
R_0：核半径
a　：核表面のぼやけを表すパラメータ

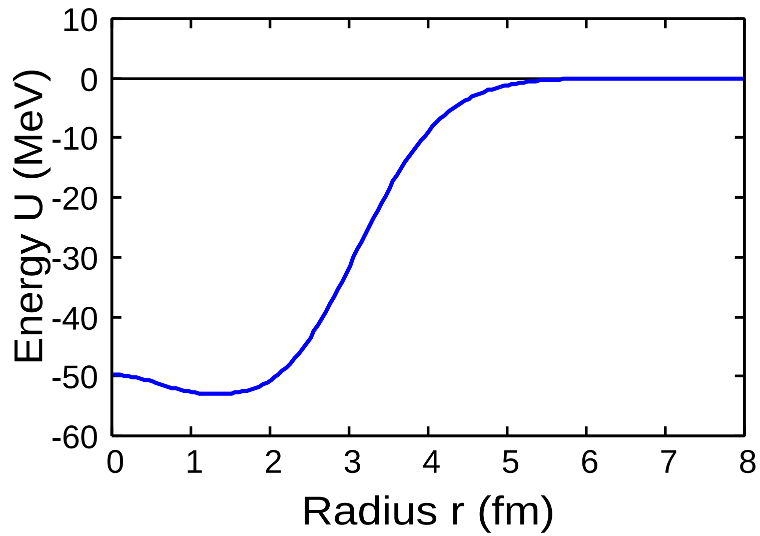


本研究

自己無撞着平均場で置き換える

⟹ Skyrme-Hartree-Fock法





Skyrme相互作用

核内核子間に働く有効相互作用の現象論的モデル

$$V_{\mathrm{Skyrme}} = \frac{1}{2}\sum_{i<j} v_{ij}$$

密度依存２体力：v_{12}

$$
\begin{aligned}
v_{12} = \;& t_0(1 + x_0\hat{P}_\sigma)\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\
& + \frac{t_1}{2}(1 + x_1\hat{P}_\sigma)\left(\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\hat{k}^2 + \hat{k}'^2\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\right) \\
& + t_2(1 + x_2\hat{P}_\sigma)\hat{\vec{k}}'^2 \cdot \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\hat{\vec{k}} \\
& + \frac{t_3}{6}(1 + x_3\hat{P}_\sigma)\rho^\sigma\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\
& + iW_0(\hat{\vec{\sigma}}_1 + \hat{\vec{\sigma}}_2) \cdot \hat{\vec{k}}' \times \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\hat{\vec{k}}
\end{aligned}
$$

１．δ関数で表される $\longrightarrow$ 計算しやすい
２．各パラメータは実験データへのフィッティングで決定

KUTY流近似的な変形の扱い方

1. 変形核は球形核の重ね合わせとして扱う

2. 変形核の固有殻エネルギー $E_{\rm in}$ は、
   重ね合わせの重み $W(N_1)$ と球形殻エネルギー $E_{\rm s}$ によって表せるとする

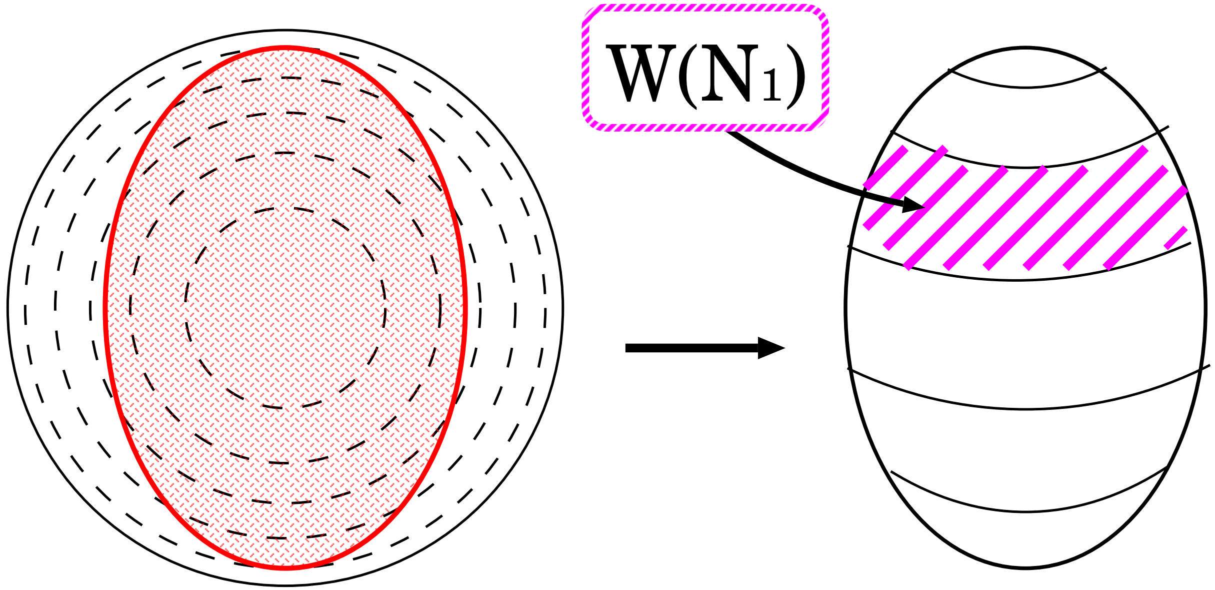
$$
\begin{aligned}
E_{\rm in}(N,Z) &= \sum_{N_1} W(N_1) E_{\rm s}(N_1, Z_1), \quad Z_1 = \frac{Z}{N} N_1 \\
\sum_{N_1} W(N_1) &= 1 \qquad \text{(規格化条件)}
\end{aligned}
$$

3. 全殻エネルギー $E_{\rm sh}$ ＝固有殻エネルギー $E_{\rm in}$ ＋液滴の平均変形エネルギー $\bar{E}_{\rm def}$
   $E_{\rm sh}$ が最小になるよう、変形を決める

重ね合わせの重みWの決定

核子１個増える ⟶ 核の半径長くなる

球体から余分な所を削り落とし、各準位の所が露出した立体角



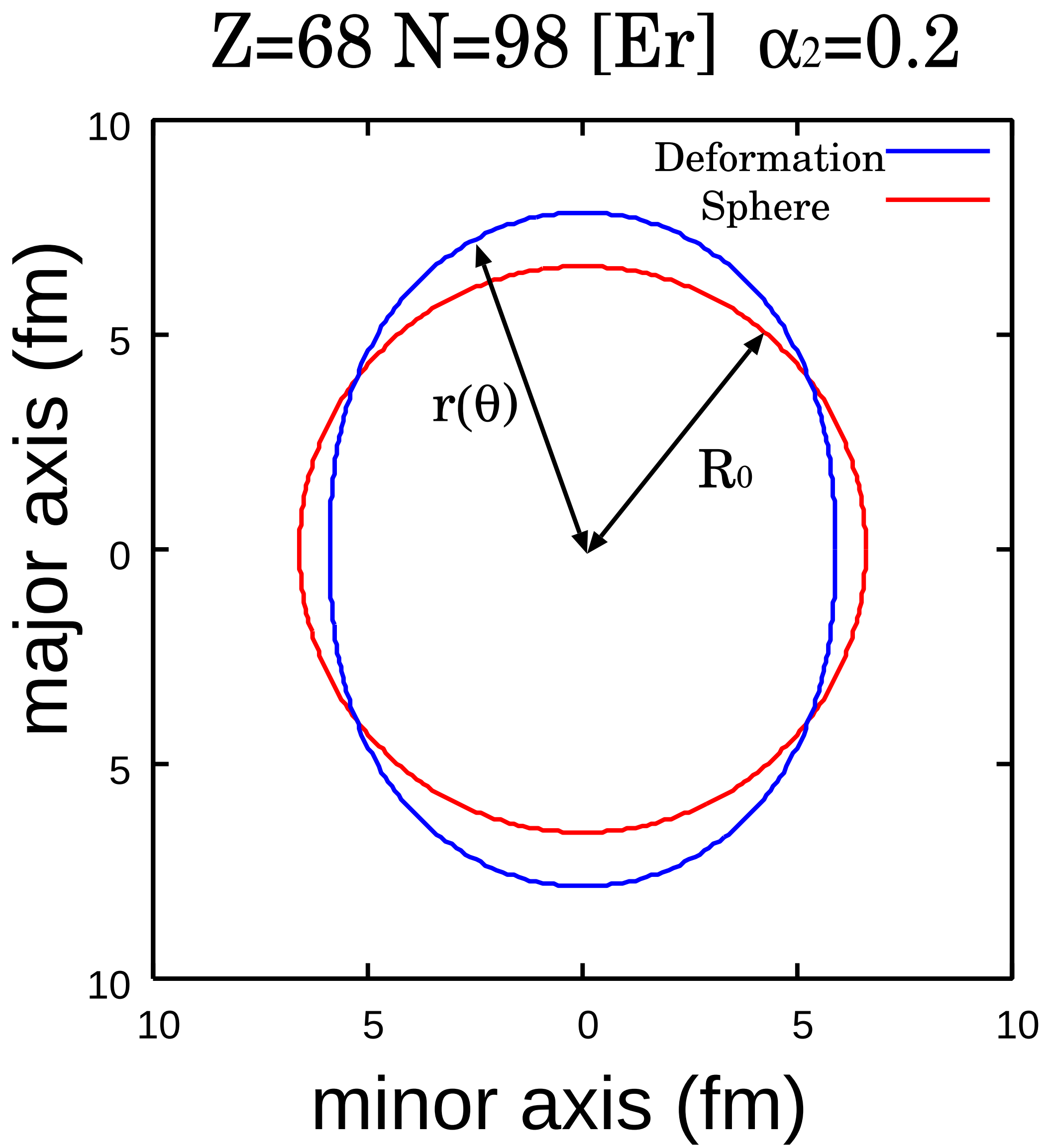
$$W(N_1) = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{im}}(r_{\mathrm{im}}(N_1))}{\mathrm{d}N_1}$$

変形度α_2

$$r(\theta) = \frac{R_0}{\lambda}[1 + \alpha_2 P_2(\cos\theta)]$$

球体の半径	$R_0(Z, N)$
体積保存	λ
変形のパラメータ	α_2
Legendre多項式	$P_2(\cos\theta)$

$\Longrightarrow$ **中間形状を導入**



重みWの変数N_1, Z_1

$$N_1 = \left(\frac{r_1}{R_0}\right)^3 N \quad , \quad Z_1 = \left(\frac{r_1}{R_0}\right)^3 Z$$

半径r_1 $\Longleftrightarrow$ N_1とZ_1

半径R_0 $\Longleftrightarrow$ NとZ

重ね合わせの重みWの求め方

$$W(N_1) = \frac{1}{4\pi}\left[\Omega_{\mathrm{im}}(r_{\mathrm{im}}(N_1 - \frac{1}{2})) - \Omega_{\mathrm{im}}(r_{\mathrm{im}}(N_1 + \frac{1}{2}))\right]$$

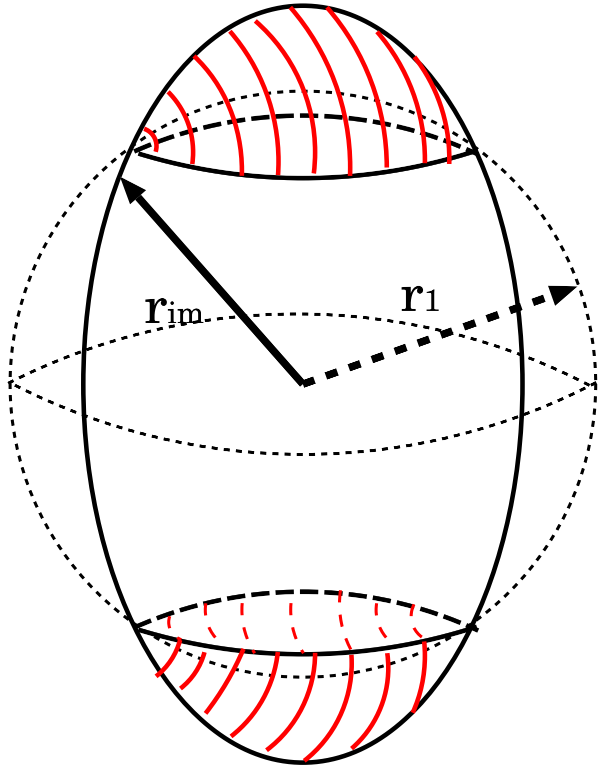
中間形状(intermediary-shape)の立体角Ω_{im}は

$r_{\mathrm{im}} > r_1$である方向の立体角 $\Longrightarrow$

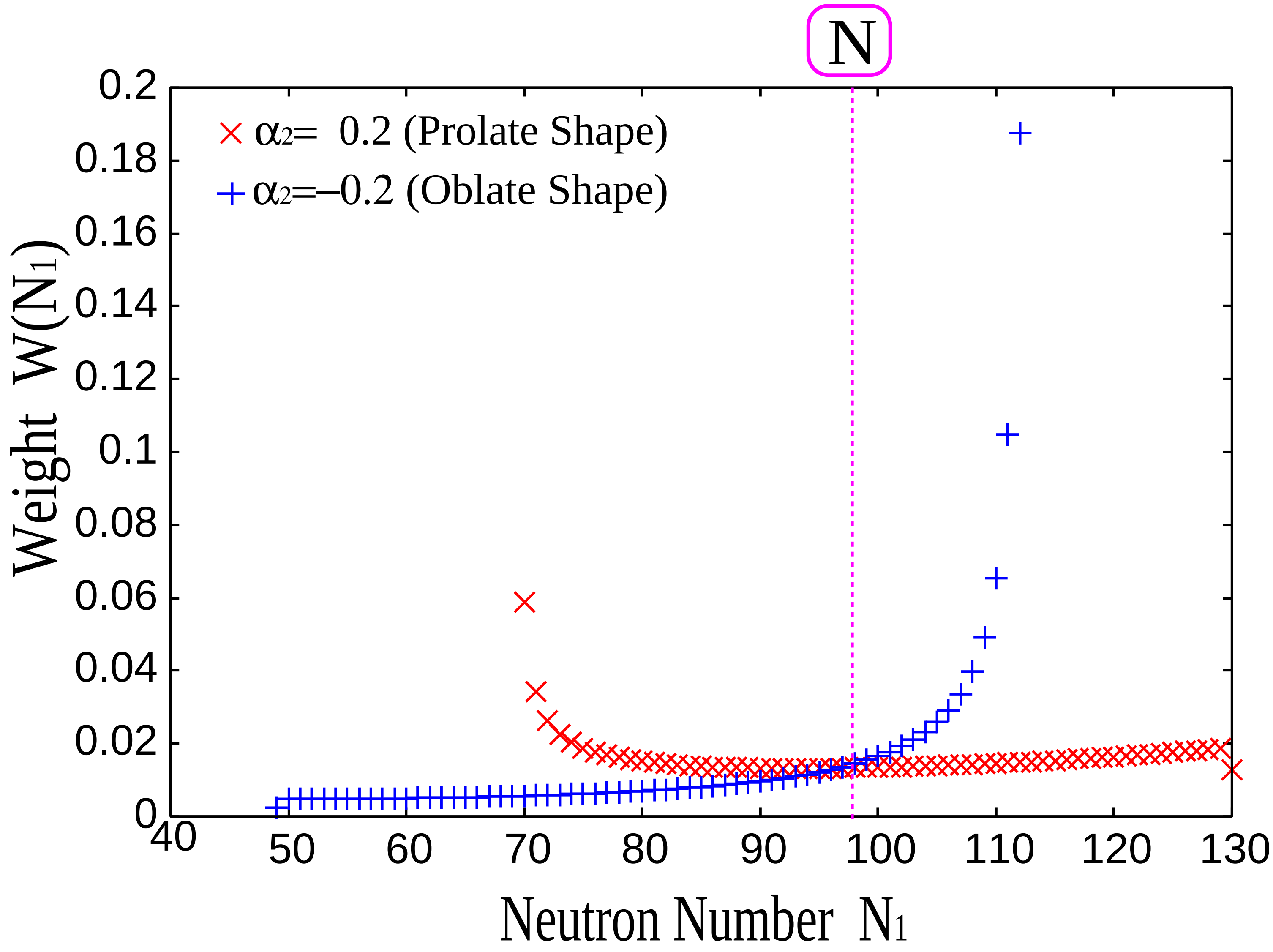
$$\Omega_{\mathrm{im}} = \begin{cases} \dfrac{4\pi(1-\cos\theta)}{1-\mathrm{h}\cos\theta}\left(\dfrac{r}{r_{\mathrm{im}}}\right)^2 & \text{(Prolate)} \\ \dfrac{4\pi\cos\theta}{1-\mathrm{h}(1-\cos\theta)}\left(\dfrac{r}{r_{\mathrm{im}}}\right)^2 & \text{(Oblate)} \end{cases}$$

各値を求めるプロセス

$N_1 \longrightarrow r_{\mathrm{im}} \longrightarrow \theta \longrightarrow r$



Z = 68, N = 98エルビウムの重みW



平均変形エネルギー $\bar{E}_{\mathrm{def}}$

変形に依存する巨視的エネルギー　変形を抑える働き

$$\bar{E}_{\mathrm{def}} = \Delta E_{\mathrm{s}} + \Delta E_{\mathrm{C}} + \Delta E_{\mathrm{prl}}$$

表面エネルギー　$\Delta E_{\mathrm{s}} = \frac{2}{5}\alpha_2^2 (a_{\mathrm{s}} A^{2/3} - a_{\mathrm{sI}}(N-Z)^2 A^{-4/3})$

Coulombエネルギー　$\Delta E_{\mathrm{C}} = -\frac{1}{5}\alpha_2^2 a_{\mathrm{C}} Z^2 A^{-1/3}$

Prolate優勢エネルギー　$\Delta E_{\mathrm{prl}} = -C_{\mathrm{prl1}}\alpha_2 A^{2/3} \exp[-C_{\mathrm{prl2}}\alpha_2^2]$

全殻エネルギー E_{sh}

$$E_{\mathrm{sh}}(N,Z) = \min_{\alpha_2}\left[E_{\mathrm{in}}(N,Z) + \bar{E}_{\mathrm{def}}(N,Z)\right]$$

固有殻エネルギー E_{in} ＋ 平均変形エネルギー $\bar{E}_{\mathrm{def}}$ $\longrightarrow$ 最小

$\Downarrow$

$$E_{\mathrm{in}}(N,Z) = \sum_{N_1} W(N_1)\left[\left\{E_{\mathrm{mf}}(N_1,Z_1) - E_{\mathrm{g}}(N_1,Z_1)\right\} - \left\{E_{\mathrm{mf}}(N,Z) - E_{\mathrm{g}}(N,Z)\right\}\right]$$

$E_{\mathrm{mf}}(N,Z)$ 球形平均場エネルギー

$E_{\mathrm{g}}(N,Z)$ $E_{\mathrm{mf}}(N,Z)$にフィットしたWB質量公式から求めたエネルギー

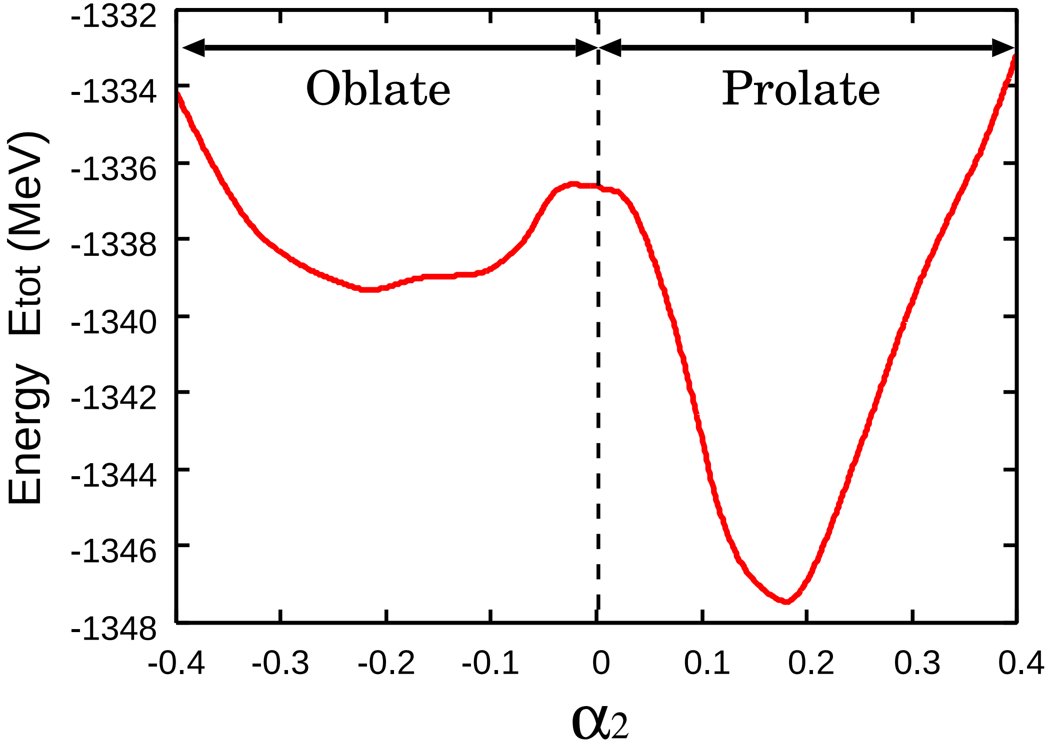
$\boxed{E_{\mathrm{mf}}(N,Z) - E_{\mathrm{g}}(N,Z) \quad \Longrightarrow \quad \text{殻エネルギーとみなす}}$

核の全エネルギー E_{tot}

$$E_{\mathrm{tot}}(N,Z) = E_{\mathrm{sh}}(N,Z) + E_{\mathrm{mf}}(N,Z) + E_{\mathrm{eo}}(N,Z)$$

偶奇エネルギー　E_{eo}

Z = 68, N = 98 エルビウム



新しい質量公式

$$M(N, Z) = Nm_{\mathrm{n}} + Zm_{\mathrm{p}} + E_{\mathrm{tot}}(N, Z)$$

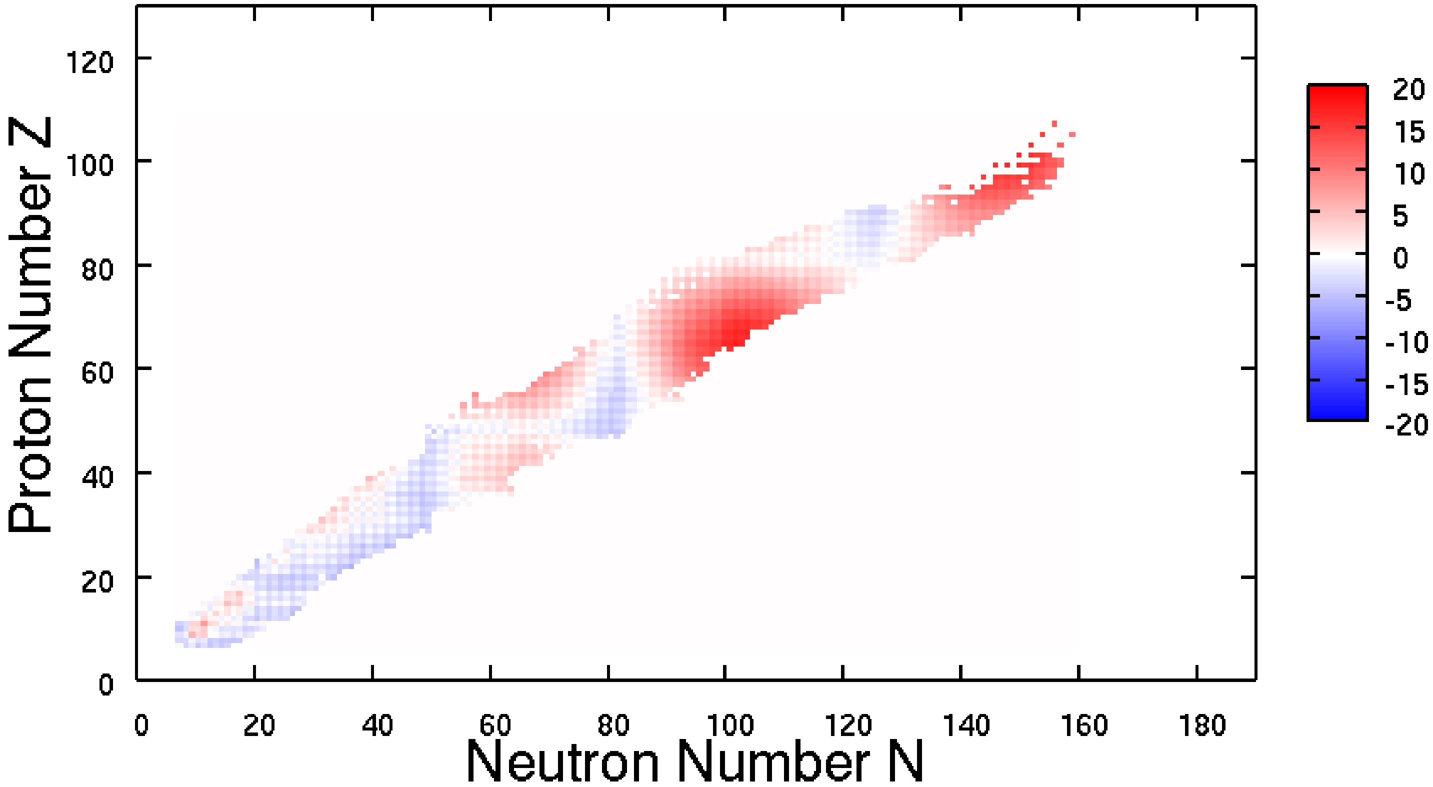
中性子質量　$m_{\mathrm{n}} = 939.5652\ \ \mathrm{MeV}$

陽子質量　$m_{\mathrm{p}} = 938.2720\ \ \mathrm{MeV}$

球対称平均場計算値と実験値の比較

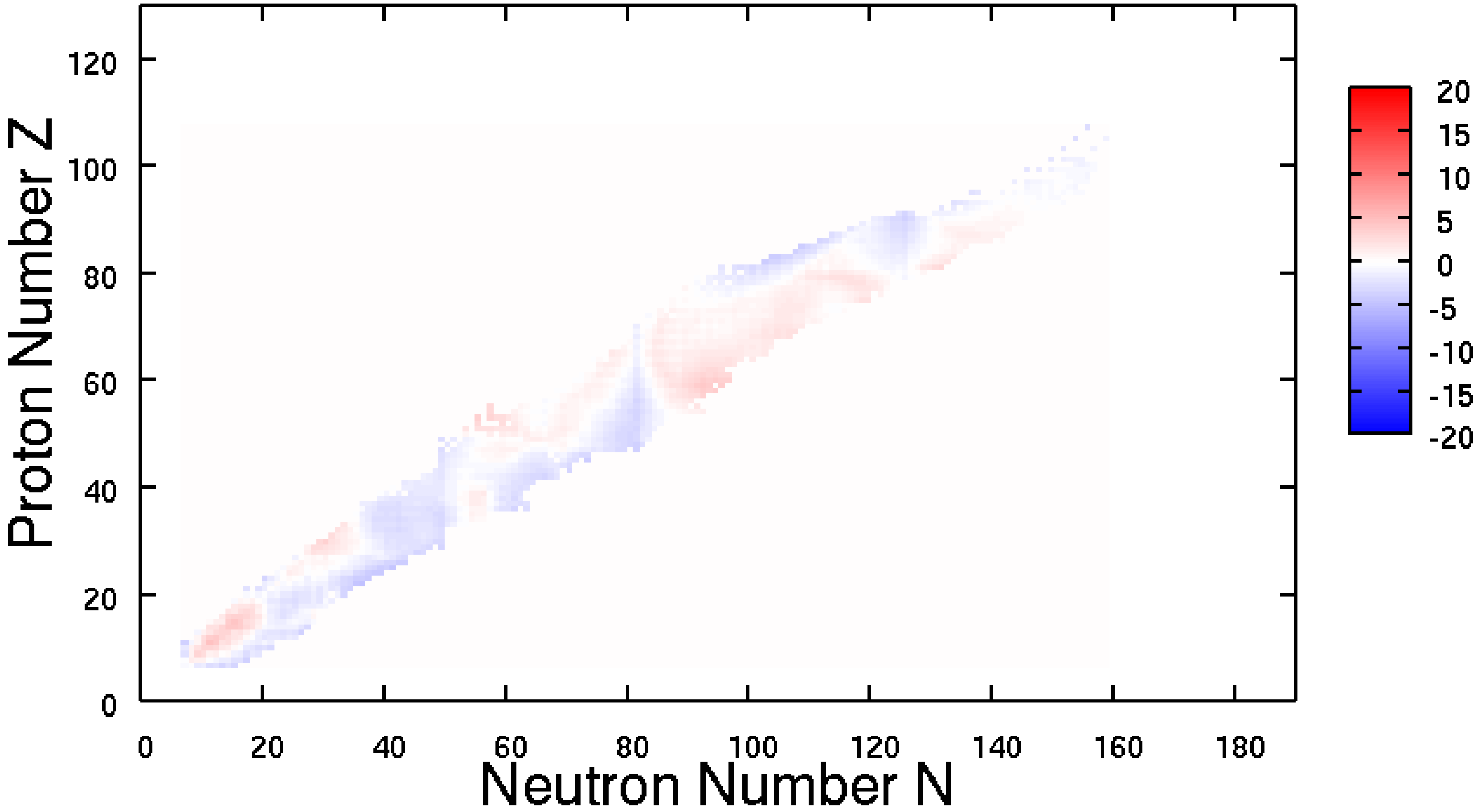
核種：２,１４７種　　Skyrme相互作用のパラメータ：SIII

RMS誤差：5.06MeV　＞WB公式：3.4MeV



新しい質量公式の値と実験値の比較

RMS誤差：1.60MeV ⟹ 約７割減少



まとめ

G.Audi、A.H.Wapstraの表にある1,140核種の質量の実験値からのRMS誤差

- **球対称平均場計算**(既存の相互作用用SkyrmeSIII力を用いた) ⟹ **５．０ MeV**
- **Weizsäcker-Bethe公式**(最小２乗法で実験値にフィット) ⟹ **３．４ MeV**
- **変形を取り入れた平均場計算**(SkyrmeSIII) ⟹ **２．２ MeV**
- **今回の新公式**(球形SkyrmeSIII, 変形の近似的扱い,1パラメータを最適化) ⟹ **１．６ MeV**
- **KUTY公式**(約８０パラメータ) ⟹ **０．７２ MeV**

今後の課題

1. 相互作用パラメータも含め、最適化するパラメータを増やすことで、RMS誤差がKUTY公式を下まわるまで、下がるかを調べる。

2. 未知の領域への外挿の信頼性が高い『相対論的平均場模型』とも組み合わせる。

付録１：中間形状 (intermediary-shape)

仮想的中間形状を導入

座標変換：$r \longrightarrow r_{\mathrm{im}}$

$$
\begin{cases}
\mathrm{d}r_{\mathrm{im}} = \left\{1 - \mathrm{h}\left[1 - \dfrac{\Omega_{\mathrm{oc}}(r)}{4\pi}\right]\right\}\mathrm{d}r \\
\Omega_{\mathrm{im}}(r_{\mathrm{im}})r_{\mathrm{im}}^2\,\mathrm{d}r_{\mathrm{im}} = \Omega_{\mathrm{oc}}(r)r^2\mathrm{d}r
\end{cases}
$$

パラメータ	h
占有立体角	Ω_{oc}
中間形状の占有立体角	Ω_{im}

$$
r_{\mathrm{im}}(\theta) = R_{\mathrm{min}} + \int_{\theta_{\mathrm{min}}}^{\theta} \frac{\mathrm{d}r_{\mathrm{im}}}{\mathrm{d}r} \cdot \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta}\mathrm{d}\theta
$$

付録２：KUTY公式の変形パラメータ

$$r(\theta) = \frac{R_0}{\lambda}\left[1 + \alpha_2 P_2(\cos\theta) + \alpha_4 P_4(\cos\theta) + \alpha_6 P_6(\cos\theta)\right]$$

変形のパラメータ　　$\alpha_2, \ \alpha_4, \ \alpha_6$

$2i$次のLegendre多項式　$P_{2i}(\cos\theta)$

付録３：Prolate優位性

[結論]　理由は、よくわかっていない

1. 井戸型説ーポテンシャルの動径方向が、井戸型に近いため
2. スピン軌道結合説ースピン軌道力が影響
3. 16重極変形説－16重極変形の効果
4. 対相関説－対相関の効果