

原子核の相対論的平均場模型

平成 19 年 2 月 13 日

山田 昌平

(学籍番号 03380484)

本論文では、まず原子核の相対論的平均場模型の概要を解説し、次に、その模型に基づいて計算を実行する際に重要なステップとなる中間子場の古典解の求め方について詳細な考察を加える。

原子核の主たる構成要素は陽子と中性子である。これらは核子と総称される。核子間には中間子の交換に起因する力が働く。この力は核力と呼ばれ、非常に短い距離において陽子間のクーロン力を上回るために、原子核は束縛される。ちなみに原子核の半径は鉛核では約 7.0 fm である。

原子核を相対論的に扱うことの第一の意義は、原子核の殻構造の再現に必要な不可欠であるスピン軌道力ポテンシャルが、非相対論的模型では任意性のある付加項として与えられなければならないのに対し、相対論的模型では自然に導出されることである。第二の意義は、相対論的運動学の直接的な恩恵として、高温・高圧、つまり運動エネルギーがきわめて大きい状態への外挿の信頼性が比較的高いことである。なお、基底状態の記述に関しては、相対論的運動学はさほど重要とは考えられていない。核子の運動エネルギーは平均すると約 22MeV であり、核子の静止エネルギー約 940MeV と比べて十分小さいからである。

非相対論では普通、核子同士が直接相互作用する様子を Schrödinger 方程式で表す。一方、相対論では Dirac 方程式で現される核子が中間子を放出・吸収する。この様子は場の理論で扱うが、その解を求めることは非常に困難なので、原子核の構造計算に於いては、以下の二つの仮定を置いて平均場模型という枠組に置き換えることがよく行われる。第一の仮定は中間子を古典場に置き換えることである。第二の仮定は負のエネルギーの核子の寄与を無視することである。後者は no-sea 近似と呼ばれる。

場のラグランジアン密度に第一の仮定を適用すると、Dirac 方程式が導かれる。この方程式の含む二種類のポテンシャルは、中間子場の古典解を用いて表される。Dirac 方程式は、球対称系に関しては、2成分を持つ動径波動関数の従う連立一階常微分方程式に還元できる。第二の近似を用いると核子が有限個となるので核子の各種密度を有限の値として求めることができる。これに核子が中間子を生成・吸収する過程の結合定数を乗じたものが中間子の古典場の湧き出し項となる。中間子の古典場は、この湧き出しのもとでの screened Poisson 方程式の解である。Dirac 方程式と Poisson 方程式を繰り返して解くことで両者が矛盾しない解に到達できれば、それが相対論的平均場解である。

Dirac 方程式の解法については、昨年度の卒業研究の結果を出発点として新たな改良を今後加えて行く予定である。一方、Poisson 方程式については、私の配属された研究室の卒業研究としては、本研究が初めての取り組みである。球対称系での Poisson 方程式の解法には、Green 関数を用いて解を陽に積分の形に表して計算する方法と、微分方程式を離散化して得られる連立一次方程式の解を Gauss-Seidel 法で求める方法がある。本研究ではそれぞれの方法に基づく計算プログラムを作成した。Green 関数を積分して計算する場合は、計算量が一定であることが長所でもあり短所でもある。また、Green 関数の持つ不連続性のため、積分区間を不連続点で分割し、それぞれの区間に対して高精度の積分公式を用いる必要があり、特に原点を含む区間が短い場合にプログラムが複雑となることも短所である。一方、Gauss-Seidel 法を用いる場合は、不連続点に煩わされないのが長所であるが、反復解法なので、収束の判定がわかりにくいこと、収束が時に非常に遅くなるのが短所である。そこで、2つの方法を組み合わせることでより良い手法を考案した。即ち、自己無撞着解を求めるための反復毎の変化の大きい初期の段階では、計算量の固定した Green 関数による方法を用い、反復毎の変化が小さい最終段階では収束が速くなっているはずの Gauss-Seidel 法を用いて計算するというものである。

今後の課題は、上記の中間子場を求めるための複合型手法を完成させ、さらに、自己無撞着に核子の波動関数と中間子場を求めるプログラムを完成させることである。