

核子系のアイソスカラー対相関

鈴木 紀史

目的

Hartree-Fock-Bogoliubov(HFB)法をアイソスピン形式で記述し、計算プログラムを作成する。完成したプログラムによる計算例として、 $N = Z = 64$ 核をアイソ空間で回転させた場合に $T = 1$ 対相関状態と $T = 0$ 対相関状態がどのように移りかわるかを示す。

： アイソスカラー

性質がよく似ている陽子と中性子を、核子という粒子のアイソスピンという量子数の異なる状態とみる。陽子と中性子の対において、アイソスピンの0の場合をアイソスカラー対と呼ぶ、

BCS 状態

⎧ 固体中の電子の超伝導状態
液体ヘリウム原子の超流動状態
原子核中の核子

$$|\text{BCS}\rangle = \prod_{k>0} (u_k + v_k a_k^+ a_{-k}^+) |-\rangle$$

$$\text{条件} \quad |u_k|^2 + |v_k|^2 = 1$$

純粋な対相関の場合のハミルトニアン

$$H = \sum_{k>0} \epsilon_k (a_k^+ a_k + a_{\bar{k}}^+ a_{\bar{k}}) - G \sum_{kk'>0} a_k^+ a_{\bar{k}}^+ a_{\bar{k}} a_{k'}$$

$$\text{拘束条件} \quad \langle \text{BCS} | \hat{N} | \text{BCS} \rangle = 2 \sum_{k>0} v_k^2 = N$$

H' の期待値

$$E = \langle \text{BCS} | H' | \text{BCS} \rangle = 2 \sum_{k>0} (\tilde{\epsilon}_k v_k^2 + \frac{1}{2} G v_k^4) - \frac{\Delta^2}{G}$$

ギャップ方程式

$$\Delta = \frac{G}{2} \sum_{k>0} \frac{\Delta}{\sqrt{(\epsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}}$$

$$\left. \begin{array}{l} u_k^2 \\ v_k^2 \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{\epsilon_k - \lambda}{\sqrt{(\epsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right)$$

図 0.1: 一粒子スペクトルの設定

ギャップ方程式

$$\Delta = -\frac{G}{2} \left(\sum_{i=1}^{N_i} \frac{1}{\sqrt{(\epsilon_i - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right)$$

(対相関相互作用強度: $G = -0.3$)

図 0.2: フェルミ準位と対相関ギャップエネルギーの関係

図 0.3: フェルミ準位と粒子数の関係

アイソスカラー対相関

核子の波動関数

$$|i\rangle = |n, l, m, s, t\rangle$$

2核子系の状態の核力ポテンシャル V_{1234}

$$V_{1234} = \langle n_1 l_1 m_1 s_1 t_1, n_2 l_2 m_2 s_2 t_2 | \hat{V} | n_3 m_3 l_3 s_3 t_3, n_4 l_4 m_4 s_4 t_4 \rangle$$

相互作用を2核子の全スピン S 、全アイソスピン T 、全軌道角運動量 L の値で分類

2核子系の状態を表す相互作用行列要素 V_{1234} は、

$$\hat{V} = \Pi_T \Pi_S \Pi_L V_{TSL}$$

全角運動量 $L = l_1 + l_2 = 0$ のとき可能な組合せは、 $T =$

図 0.4: 粒子数と対相関ギャップエネルギーの関係

1, $S = 0$ または $T = 0, S = 1$ の 2 チャンネル

$$\begin{aligned} V_{1234} = & \langle t_1 t_2 | \Pi_{T=0} | t_3 t_4 \rangle \langle s_1 s_2 | \Pi_{S=1} | s_3 s_4 \rangle \\ & \langle n_1 l_1 m_1, n_2 l_2 m_2 | \hat{V}_{010} | n_3 l_3 m_3, n_4 l_4 m_4 \rangle \\ & + \langle t_1 t_2 | \Pi_{T=1} | t_3 t_4 \rangle \langle s_1 s_2 | \Pi_{S=0} | s_3 s_4 \rangle \\ & \langle n_1 l_1 m_1, n_2 l_2 m_2 | \hat{V}_{100} | n_3 l_3 m_3, n_4 l_4 m_4 \rangle \quad (0.1) \end{aligned}$$

図 0.5: 粒子数とフェルミ準位の関係

$$\langle n_1 l_1 m_1, n_2 l_2 m_2 | \hat{V}_{TS0} | n_3 l_3 m_3, n_4 l_4 m_4 \rangle$$

Clebsch-Gordan 係数を用いる

$$\begin{aligned} \sigma_{l'm'} | n_1 n_2 l' m' \rangle & \langle l_1 m_1 l_2 m_2 | l' m' \rangle \\ \sigma_{lm} | n_3 n_4 l m \rangle & \langle l_3 m_3 l_4 m_4 | l m \rangle \end{aligned} \quad (0.2)$$

軌道角運動量: $L=0$ のとき

軌道角運動量 $l=l'=0$ 、 z 成分 $m=m'=0$

$$\begin{aligned} \langle l_1 m_1 l_2 m_2 | 00 \rangle & \langle l_3 m_3 l_4 m_4 | 00 \rangle \langle n_1 n_2 00 | \hat{V}_{TS0} | n_3 n_4 00 \rangle \\ \langle l_1 m_1 l_2 - m_2 | 00 \rangle & = \delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 - m_2} \frac{(-1)^{l_1 - m_1}}{\sqrt{2l_1 + 1}} \end{aligned}$$

表 0.1: $\langle t_1 t_2 | \prod_{T=0} | t_3 t_4 \rangle$ の値

$$\delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 - m_2} \delta_{l_3 l_4} \delta_{m_4 - m_3} \frac{(-1)^{l_1 - m_1 + l_3 - m_3}}{\sqrt{(2l_1 + 1)(2l_3 + 1)}} \hat{V}_{TS0}(l_1 n_1 n_2 l_3 n_3 n_4)$$

最終的に式 (0.1) の相互作用行列要素 V_{1234} は、

$$\begin{aligned} V_{1234} = & \delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 - m_2} \delta_{l_3 l_4} \delta_{m_4 - m_3} \delta_{n_1 n_2} \delta_{n_3 n_4} \frac{(-1)^{l_1 - m_1 + l_3 - m_3}}{\sqrt{(2l_1 + 1)(2l_3 + 1)}} \\ & (V_{010} \langle t_1 t_2 | \prod_{T=0} | t_3 t_4 \rangle \langle s_1 s_2 | \prod_{S=1} | s_3 s_4 \rangle \\ & + V_{100} \langle t_1 t_2 | \prod_{T=1} | t_3 t_4 \rangle \langle s_1 s_2 | \prod_{S=0} | s_3 s_4 \rangle) \quad (0.3) \end{aligned}$$

本研究では、 $V_{010} = -1.0$ MeV、 $V_{100} = -0.66$ MeV

表 0.2: $\langle t_1 t_2 | \prod_{T=1} | t_3 t_4 \rangle$ の値

Hartree-Fock-Bogoliubov 法

準粒子 a_i^+, a_i

$$a_i^+ = \sum_j (U_{ij} c_j^+ + V_{ij} c_j)$$

$$a_i = \sum_j (U_{ij}^* c_j + V_{ij}^* c_j^+)$$

$$UU^+ + VV^+ = 1 \quad (0.4)$$

$$UV^+ + VU^+ = 0 \quad (0.5)$$

粒子 - 空孔密度行列 ρ_{ij} と対テンソル t_{ij}

$$\rho_{ij} = (V^+ V)_{ij} \quad (0.6)$$

$$t_{ij} = (V^+ U)_{ij} \quad (0.7)$$

Hartree-Fock ポテンシャル, 対ポテンシャル

$$\Gamma_{ij} = \sum_{kl} \langle ik | \hat{V} | jl \rangle_a \rho_{lk}$$

$$\Delta_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{kl} \langle ij | \hat{V} | kl \rangle_a t_{kl}$$

Hartree-Fock-Bogoliubov 方程式

ハミルトニアン

$$\hat{H} = \sum_{ij \neq 0} T_{ij} c_i^+ c_j + \frac{1}{4} \sum_{ijkl \neq 0} V_{ijkl} c_i^+ c_j^+ c_k c_l$$

近似

$$H_{ij} = (T_{ij} + \Gamma_{ij})_{ij} = \delta_{ij} \epsilon_i$$

陽子数、中性子数

$$\hat{N}_p = \sum_i c_i^+ c_i \quad (0.8)$$

$$\hat{N}_n = \sum_i c_i^+ c_i \quad (0.9)$$

陽子の、中性子のフェルミエネルギーを λ_p 、 λ_n

$$\hat{C} = \lambda_p \hat{N}_p + \lambda_n \hat{N}_n$$

$$\lambda_n = \lambda_s + \frac{\omega_\tau}{2}, \quad \lambda_p = \lambda_s - \frac{\omega_\tau}{2},$$

$\lambda_s = 40$ MeV に固定。

アイソ空間のクランキング(角)周波数 ω_τ 、 0 MeV \sim
 10 MeV

$$\hat{H}' = \hat{H} - \hat{C}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{H} - \hat{C} & \hat{\Delta} \\ -\hat{\Delta}^* & -(\hat{H} - \hat{C})^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_i \\ V_j \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} U_i \\ V_j \end{pmatrix}$$

エネルギースペクトルの作製

固有状態は、主量子数 n 、軌道角運動量 l 、その z 成分 m 、スピンの z 成分 s 、アイソスピンの z 成分 t で分類する。

$$\begin{aligned} s &= 2s_z \\ t &= 2t_z \end{aligned} \quad (0.10)$$

各核子の1粒子エネルギー

$$e_i = \hbar\omega \left\{ (n + 1.5) - \kappa\mu \left(l(l + 1) - \frac{n(n + 3)}{2.0} \right) - \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta (n + 1.5) \right\}$$

$$\hbar\omega = 7.0 \quad (\text{調和振動子主殻間のエネルギー間隔})$$

$$\kappa\mu = 0.025 \quad (\text{ポテンシャル強度パラメータ}) \quad (0.12)$$

$$\beta = 0.22 \quad (\text{変形度}) \quad (0.13)$$

図 0.6: 1 粒子エネルギースペクトル

対相関エネルギー

$$E_{\text{pair}} = \frac{1}{2} \sum_{ij} \Delta_{ij} t_{ij}^*$$

図 0.7: 基底状態での対相関エネルギー

図 0.8: 核子の固有状態におけるエネルギー

EPS File routhian.ps.epsf not
found

☒ 0.9:

考察

陽子と中性子それぞれに対して別個に対相関を考えるのではなく、他のアイソスピンの組み方の対相関をも完全に含めて扱うことのできるアイソスピン形式のHFB法の計算プログラムを作成した。

プログラムの使用例として、 $N = Z = 64$ 核をアイソ空間で回転させた場合に $T = 0$ 対相関状態から $T = 1$ 対相関状態へ不連続な転移が起きることを見た。

今後の課題

1. 主殻の異なる軌道にある核子に対を組むことができるようにする。
2. このために、相互作用行列要素を実際に積分を実行して計算し、主量子数の違いがどの程度行列要素を小さくするかを調べる。
3. スピン軌道結合ポテンシャルを導入することで、スピン軌道混合がどれくらい $T = 0$ 対相関を変化させるかを調べる。
4. 変形や l^2 ポテンシャルを抜くことで、縮退が対相関のモードにどのような効果があるかを調べる。