微分積分 II　期末テスト問題（建築・材料・生化）

2005.2.4

1. 次の不定積分, 定積分を計算せよ.

   (a) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2-1}$.

   (b) $\displaystyle\int \frac{dx}{x\log x}$.

   (c) $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}$.

   (d) $\displaystyle\int_0^{\log 2} xe^{-x}dx$.

2. 極座標表示された曲線 $r=\sin\theta$ $(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2})$ および半直線 $\theta=0$, $\theta=\frac{\pi}{2}$ で囲まれた図形の面積を求めよ.

3. 媒介変数表示された曲線 $x=\theta-\sin\theta$, $y=1-\cos\theta$ $(0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ.

4. 次の 2 重積分を計算せよ.

$$\iint_D (x+2y)^2 dxdy,$$

   但し, $D=\{(x,y)|0 \leqq x \leqq 2,\ 0 \leqq y \leqq 1\}$.

5. 次の 2 重積分の積分の順序を交換せよ.

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left\{ \int_y^{\sqrt{1-y^2}} F(x,y)dx \right\} dy.$$

6. $x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$ と変数変換することにより, 次の 2 重積分を計算せよ.

$$\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2}dxdy,$$

   但し, $D=\{(x,y)|x^2+y^2 \leqq 3\}$.

7. 次の不等式で表された図形の体積を求めよ.

$$x,y \geqq 0, \quad x+y \leqq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leqq z \leqq \sin(x+y).$$