

原子核質量の系統性 (液滴模型による解析)

1999年 2月
福井大学
工学部
応用物理学科
白井 行秀

目次

序章	P-1
第1章、原子核研究の現状	P-2
第2章、質量公式について	P-3
2-1, 原子核の性質	P-4
2-2, 質量公式の各項の説明	P-5
2-3, 質量公式の係数の決定	P-7
2-4, 1核子あたりの結合エネルギー	P-9
2-5, 質量公式と実験値との平均二乗誤差	P-11
第3章、質量公式の各係数における質量数への依存性	P-12
3-1, 質量公式の各係数における質量数への依存性	P-13
第4章、 β 安定曲線からの距離に対する依存性	P-16
4-1, β 崩壊	P-17
4-2, 安定曲線	P-17
4-3, β 安定曲線からの距離について	P-19
4-4, β 安定曲線からの距離に対する係数の変化	P-19
第5章、分離エネルギーについて	P-22
5-1, 分離エネルギー	P-23
5-2, 中性子ドリップ線、陽子ドリップ線	P-25
5-3, r-process path (r過程経路)	P-25
5-4, β 安定曲線からの距離に対するドリップ線と r 過程経路	P-26
第6章、結論	P-30
謝辞	P-31
参考文献	P-32
付録 (プログラムリスト)	P-33

序章

原子核質量の研究が重要である理由に、質量がエネルギーと同等であるということがある[1]。つまり、いろいろな原子核の質量を知ることが、エネルギー保存の法則を通じて、 α 線や β 線の放出エネルギー、核分裂エネルギー、また核子分離エネルギーなどを知ることにつながるのである。

原子核質量に関する研究は、実験および理論の両面にわたり古くから続けられてきた。実験の分野では、1920年にAstonが自ら改良した質量分析器を用いて、既知元素の質量欠損と質量数の関係をまとめたのを出発点として、新しい実験装置が開発されるたびに研究が飛躍的に進展してきた。1970年前後からは、オンライン・アイソトープ・セパレーターなどを用いた測定方法が開発され、近年は、静電場に一樣磁場をかけてイオンを小さな空間に閉じ込めるペニング・トラップによる原子質量の精密直接測定が行われるようになった。1980年代中頃からは、従来の重イオンビームだけではなく核破砕により作られた短寿命原子核を加速し、二次ビームとして用いる方法が開発されたことにより、原子核物理の分野で、 β 安定線から離れた原子核の研究に弾みが付いてきた。

理論の方面からは、質量公式やシステマティクスの手段を用いた原子核質量の研究が盛んに進められてきた。Weizsäcker-Betheの質量公式以来、様々な巨視的および微視的に基づく模型が考案されてきた。そこで、本論文では、Weizsäcker-Betheの質量公式とはどういうものかを説明した上で、95年度版の質量超過データを用いWeizsäcker-Betheの質量公式における各係数を決定し、さらに今後大幅に増えると見込まれる不安定核のデータが各係数の値をどの程度変えうるか、考察することにする。

— '95年版質量超過データとは —

'95年版質量超過データとは、G. AudiとA. H. Wapstraが、1995年までに報告された原子核の束縛エネルギーに関係する膨大な実験データを評価・検討して、それらから個々の原子核の束縛エネルギー(正確には原子質量)の現在最も信頼できる値を決定したものである。インターネットで公開されている[2]。

第1章、原子核研究の現状

原子番号が Z で質量数が A の原子核は、 Z 個の陽子と、 $N = A - Z$ 個の中性子の集合体で、核力によって結びつくことで構成されている。現在存在が可能な全核種は約6000個と考えられているが、このうち発見されたものは、自然界に存在する安定な原子核である約260~270種の安定同位元素に、これまでに人工的に作られた不安定な原子核 (RI、放射性同位体) を加えた全部で2000を少し超える数がある。安定な原子核は、もうそれ以上崩壊しない核で、不安定な原子核は、 α 、 β 、 γ 崩壊などで他の原子に変わる核である。これらの不安定核はその生成と分離の難しさにより、性質を調べられた核は非常に少なかった。

しかし、近年になって高エネルギー加速器による原子核反応で不安定核が生成されるようになって、原子核研究は急速に発展した。現在の実験的研究の最先端の施設を挙げると、理研(日本)、GANIL (ガニール、フランス)、MSU (ミシガン州立大学、アメリカ)、GSI (重イオン研究所、ドイツ) などがある。理研では2002年には世界で最大のRIビームファクトリーが完成する予定である。RIビームファクトリーができると新たに1000種類くらいのRIが加わり、合計3000種類を超える原子核が発見されることになる。

近年、高エネルギー加速器により新しく発見されたRIにヘリウム10というものがある[3]。この核は、陽子数と中性子数の比が1 : 4というアンバランスな組成をもち、現在までの理論ではこのような元素が存在するかどうか何ともいえなかった。このような不安定核の発見により安定した原子核の性質を元に打ち立てられた今までの理論が修正を迫られてきているという事実もある。

そこで今現在までに新しく発見され、更新されたデータを最大限に利用して全核種の性質 (質量) を予言することは重要なことである。この論文では、最も簡単な原子核の模型である液滴模型をとりあげ、そのパラメーターが今後更なるデータの増加でどう変わりうるかを調べる。

第2章

質量公式について

2-1、原子核の性質

1) 液滴模型について

原子核をほぼ球形と仮定してその半径を R とすると、種々の実験データから、核種によらない定数 r_0 を用いて $R=r_0A^{1/3}$ が成り立つことがわかる[4, 5, 6]。このことは、核の体積が核内の核子数 A に比例することを意味し、核の内部の密度はほぼ一定であることを示唆するものである。この状況は圧縮できない液体に似ている。そこで、原子核の束縛エネルギーを、液滴での束縛エネルギーの形で説明できると仮定して提案された模型が液滴模型である。

2) 原子核の質量

原子核は Z 個の陽子と $N=A-Z$ 個の中性子から出来ているとすると、その質量はほぼ

$$Zm_P + Nm_N \quad \dots\dots(1)$$

である。ここで、 m_P , m_N は陽子と中性子の質量である。ところが現実の原子核の質量 $M(Z, N)$ は(1)式で計算される値より小さい。それは核力による束縛エネルギーのためである。これを $BE(Z, N)$ とかくと、 c を光速として、

$$BE(Z, N) = \{Zm_P + Nm_N - M(Z, N)\}c^2$$

である。 $BE(Z, N)$ は、ばらばらの自由粒子が結合して核を形成したときの全体のエネルギーの減少を表している。

2-2、質量公式の各項の説明

原子核が液滴模型と類似することにより作られた質量公式のひとつに

Weizsäcker-Betheの半経験的質量公式がある。これは、

$$BE(A) = B_{vol}A - B_{surf}A^{2/3} - B_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A} - \frac{a_c Z^2}{A^{1/3}} + \delta(N, Z)$$

$$\delta(N, Z) = \begin{cases} B_{pair} \cdot A^{-1/2} (N \text{ も } Z \text{ も 偶数の場合}) \\ 0 (A \text{ が 奇数の場合}) \\ -B_{pair} \cdot A^{-1/2} (N \text{ も } Z \text{ も 奇数の場合}) \end{cases}$$

と、表記される。

各項についての説明

1) 体積エネルギー

液体の内部エネルギーは体積に比例し、体積は質量数 A に比例することから、結合エネルギーのうち、体積に比例する部分は B_{vol} を比例定数として、

$$B_{vol}A$$

と、表すことができる。

2) 表面エネルギー

液滴の結合エネルギーのうち表面積に比例する部分を、表面エネルギーという。表面エネルギーは表面張力と表面積の積である。原子核の半径は $R = r_0 A^{1/3}$ だから、表面積は $A^{2/3}$ に比例するので表面エネルギーは、 B_{surf} を比例定数として

$$-B_{surf}A^{2/3}$$

と、表される。

3) 対称エネルギー

中性子-陽子間の力の方が同種核子間の力より強い。また同じ種類の核子が多くなると、パウリの禁止則によって、後から核に取り入れられる核子の状態は他のものと違う必要がある。そのため運動エネルギーの高い状態に入らなければならない。そこで、なるべく中性子の数と陽子の数の差を小さくした方がエネルギーは低い。これらの効果によるエネルギーを対称エネルギーといい、フェルミ気体模型によると、 B_{sym} を比例定数として、

$$-B_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

と表されるはずである。

4) クーロンエネルギー

陽子間はクーロン斥力が働き、それによるエネルギーは電荷量の2乗に比例し、核半径に反比例するので、 a_c を比例定数として、

$$-\frac{a_c Z^2}{A^{1/3}}$$

と表される。

5) 対エネルギー

実験によれば、 Z も N も偶数の原子核のスピンは例外なく0である。これは、原子核の基底状態では、陽子は必ず2個ずつ合成角運動量が0の対を組み、中性子についても同じ状況になっているためである。すなわち、2つの同種核子間には角運動量を0にするような核力が働くと考えられる。この力に起因する結合エネルギーの変動部分を対エネルギーといい、

$$\delta(N, Z) = \begin{cases} B_{pair} \cdot A^{-1/2} (\text{NもZも偶数の場合}) \\ 0 (\text{Aが奇数の場合}) \\ -B_{pair} \cdot A^{-1/2} (\text{NもZも奇数の場合}) \end{cases}$$

で与えられる。 $A^{-1/2}$ という A への依存の形は経験的に定められたものである。

2-3、質量公式の係数の決定

実際に係数を求めるにあたって最小2乗法を使い、現在信頼できる核質量データのある1844個全ての核について、液滴模型と実験値との束縛エネルギーの差の2乗を足し合わせたものが、最も小さくなるように係数を決める。液滴模型の束縛エネルギーの表式は係数についての1次式になるので、これは連立1次方程式を解くことに帰着する[7]。そうでないときは、はるかに難しい計算をすることになる。

最小二乗法の解法

データのある核に、通し番号($i=0, 1, 2, \dots, i_{\max}-1$)をつけることにする。

i_{\max} は、1844である。

i 番目のデータの核に対する質量公式の与える値を

$$f(i) = \sum_{k=0}^{k_{\max}-1} c_k \cdot f_k(i)$$

と書く。ここで、 c_k は各係数を表す。

$$(c_0 = B_{vol}, c_1 = -B_{surf}, c_2 = -B_{sym}, c_3 = -a_c, c_4 = B_{pair}, k_{\max} = 5)$$

また、 $f_k(i)$ は核パラメーターを示す。

$$(f_0(i) = A_i, f_1(i) = A_i^{2/3}, f_2(i) = \frac{(N_i - Z_i)^2}{A_i}, f_3(i) = \frac{Z_i^2}{A_i^{1/3}}, f_4(i) = A_i^{-1/2}, A_i = N_i + Z_i)$$

N_i と Z_i は、 i 番目のデータの原子核の、それぞれ中性子数と陽子数である。

$$S = \sum_{i=0}^{i_{\max}-1} (f(i) - y_i)^2$$

ここで、 y_i は、 i 番目のデータの値である。

次に、 S が最も小さくなるように c_k を決める。

これは、下記の条件で表される。

$$\frac{\partial S}{\partial c_i} = 2 \sum_{i=0}^{i_{\max}-1} \left\{ \sum_{k=0}^{k_{\max}-1} c_k \cdot f_k(i) - y_i \right\} f_i(i) = 0$$

これは、下式のように c_k を未知数とする連立1次方程式と同値である。

$$\sum_{k=0}^{k_{\max}-1} \left\{ \sum_{i=0}^{i_{\max}-1} f_k(i) \cdot f_l(i) \right\} c_k = \sum_{i=0}^{i_{\max}-1} y_i \cdot f_l(i) \quad (0 \leq l \leq k_{\max}-1)$$

これにより計算された連立1次方程式を、ガウス-ジョルダン法[7]により解いた。この結果、求められた係数は、

$$B_{vol} = 15.44 \quad , \quad B_{surf} = 16.66 \quad \quad \quad 2B_{sym} = 45.08$$

$$a_c = 0.70 \quad , \quad B_{pair} = 10.86 \quad \quad \quad (\text{単位は全てMeV})$$

であった。質量公式として表すと、

$$BE(N, Z) = 15.44 \cdot A - 16.66 \cdot A^{2/3} - 45.08 \cdot \frac{(N-Z)^2}{A} - 0.70 \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \delta(N, Z) \quad \dots(2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10.86 \cdot A^{-1/2} (\text{NもZも偶数の場合}) \\ 0 (\text{Aが奇数の場合}) \\ -10.86 \cdot A^{-1/2} (\text{NもZも奇数の場合}) \end{array} \right.$$

となる。

以降は、この式をもとに現在の全核質量データの傾向と系統性を検討する。

2-4、1核子あたりの結合エネルギー

実験値および、質量公式を用いて1核子あたりの結合エネルギーの傾向を見る。

図1.1・図1.2はそれぞれ実験値と質量公式(2)による結合エネルギーを質量数を横軸にしてプロットしたものである。なお、後者は任意の(N, Z)について計算できるが、図では実験データのある核についてのみプロットした。このどちらを見てもごく軽い領域を除いて核子あたりの結合エネルギーはだいたい一定 ($\sim 8 \text{ MeV}$) になっている。これは結合エネルギーは質量数A、すなわち核構成粒子数に比例することを示し、核子間結合力の主体をなす力は電磁気力などとは全く異なる性質の力であるということを示唆している。なぜならば、もしそれが電磁気力のように遠方まで作用するものなら、核子の全粒子間相互にその力は作用するはずで、その結果、全結合エネルギーは質量数Aの二乗に比例しなければならず、比質量過剰がほぼ一定という実験事実には全く合わないということになるからである。そこで、この実験事実から、核力は隣接核子間にしか作用しない短距離力と考えなければならないという核力に対する最も基本的でまた最重要である特性が結論づけられる。比質量超過の一定性はまた、核密度がすべての核でほぼ一定であるという実験事実(核体積が質量に比例する)とあいまって、核力の飽和性を示している。

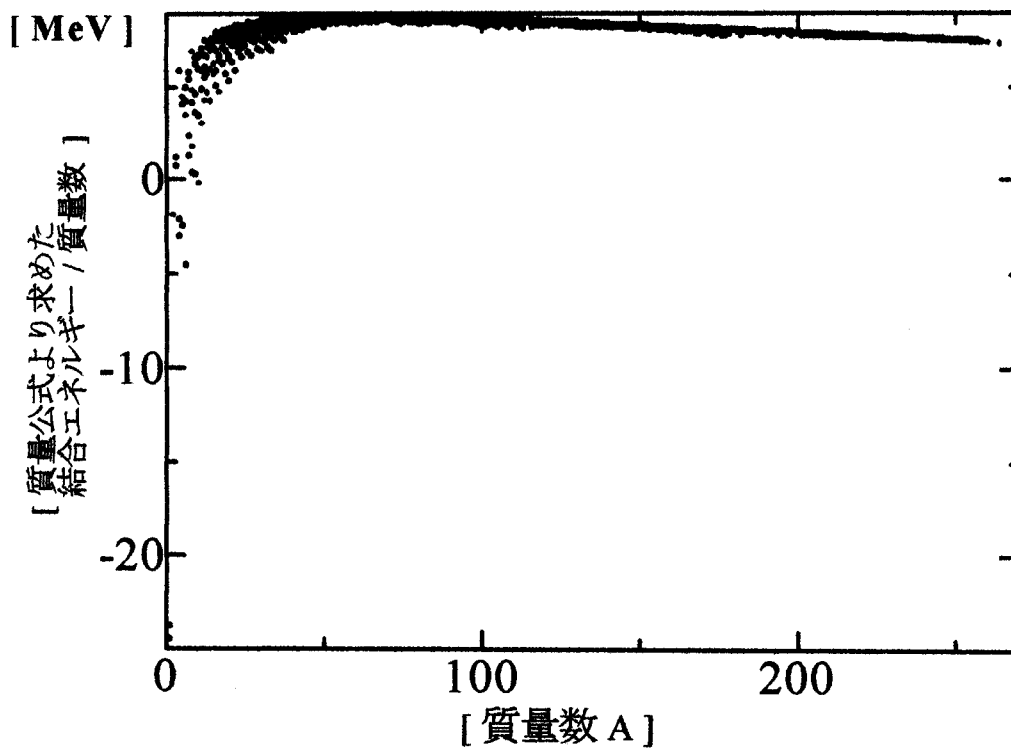


図 1.1 : 質量公式の示す結合エネルギー

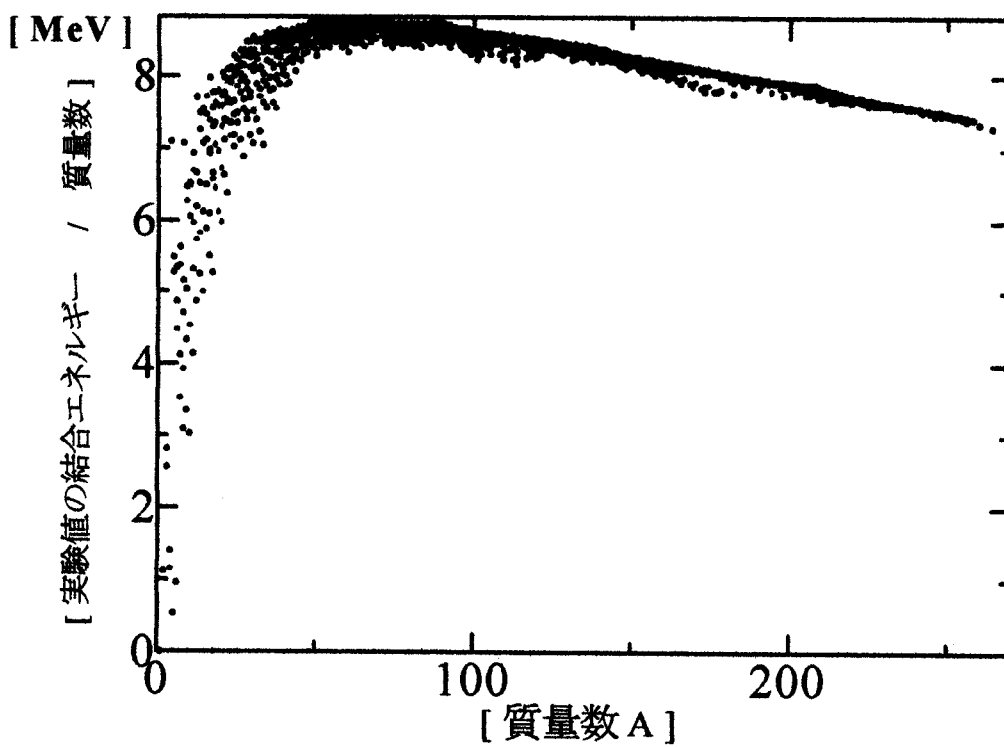


図 1.2 : 実験的に決定された結合エネルギー

2-5、質量公式と実験値との平均二乗誤差

図2.0では実験値との誤差を見るために、縦軸として質量公式から求めた結合エネルギーの実験値からの誤差、横軸として質量数をプロットしてみた。全データでの平均二乗誤差は3.5 MeVになった。^{中性子}

この図で、特に顕著に際立つところは中性子数が28、50、82、126のあたりである。結論を先に述べるならばこれらは"Magic Number" (魔法数)と呼ばれるものの一部で、正確には中性子数が2、8、20、28、50、82、126のところ核が非常に安定になると現在までに確認されている。この魔法数のところで大きく実験値と質量公式の不一致を起す原因として、Weizsäcker-Betheの質量公式には殻構造的な考慮が入っていないことが考えられる。

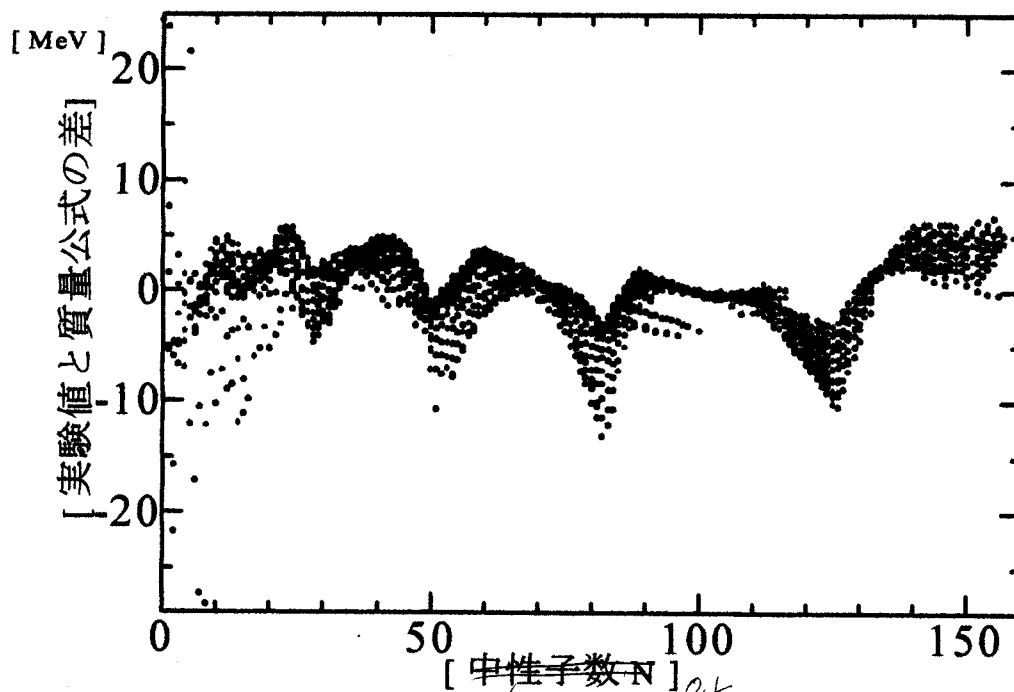


図2.0 : 実験値と質量公式との結合エネルギーの差

~~質量数~~

第3章

質量公式の各係数における

質量数 A への依存性

3-1、質量公式の各係数における質量数Aへの依存性

公式の各係数の質量数に対する依存性を見るために、フィットに使うデータを制限したときの係数の変化について考える。そこで、質量数Aを50ずつで区切った範囲による核のデータのみを使って、最小2乗法により係数を決定し、その変化を見てみる。

表3-1は、質量数を50ずつで区切った範囲による核データのみを使った係数の変化、すなわち、 $50 < A \leq 100$ ならば、質量数Aが51~100までの原子核データのみにより、最小2乗法にて液滴公式の係数を決定したものである。

表3-1：質量公式の各係数における質量数Aへの依存性

区切り幅 \ 係数	B_{vol}	B_{surf}	B_{sym}	a_c	B_{pair}	核数 [個]	平均2 乗誤差
$0 < A \leq 50$	13.97	14.20	32.02	0.46	7.72	298	3.2
$50 < A \leq 100$	14.38	14.19	38.65	0.58	11.80	413	2.1
$100 < A \leq 150$	14.25	13.30	38.08	0.60	13.35	471	2.7
$150 < A \leq 200$	14.60	14.24	40.67	0.63	11.02	331	1.0
$200 < A \leq 250$	14.90	12.72	46.50	0.71	15.33	301	2.4
$250 < A \leq 264$	15.67	16.80	49.45	0.72	10.60	30	0.5
全データ	15.44	16.66	45.08	0.70	10.86	1844	3.5

単位は全て[Me V]

これを見ると、軽い核だけで計算すると、全ての係数の値が小さ目に決まるが、それ以外は全部の核で計算した係数の値に近くなっている。また、質量数 $0 < A \leq 50$ の範囲にある、298核のデータで決めた係数を用いた質量公式と、その298核の実験値との平均2乗誤差が、他の他の質量範囲の場合よりも1 Me V以上も大きくなっている。

この表を図にしたものが、図3.1である。

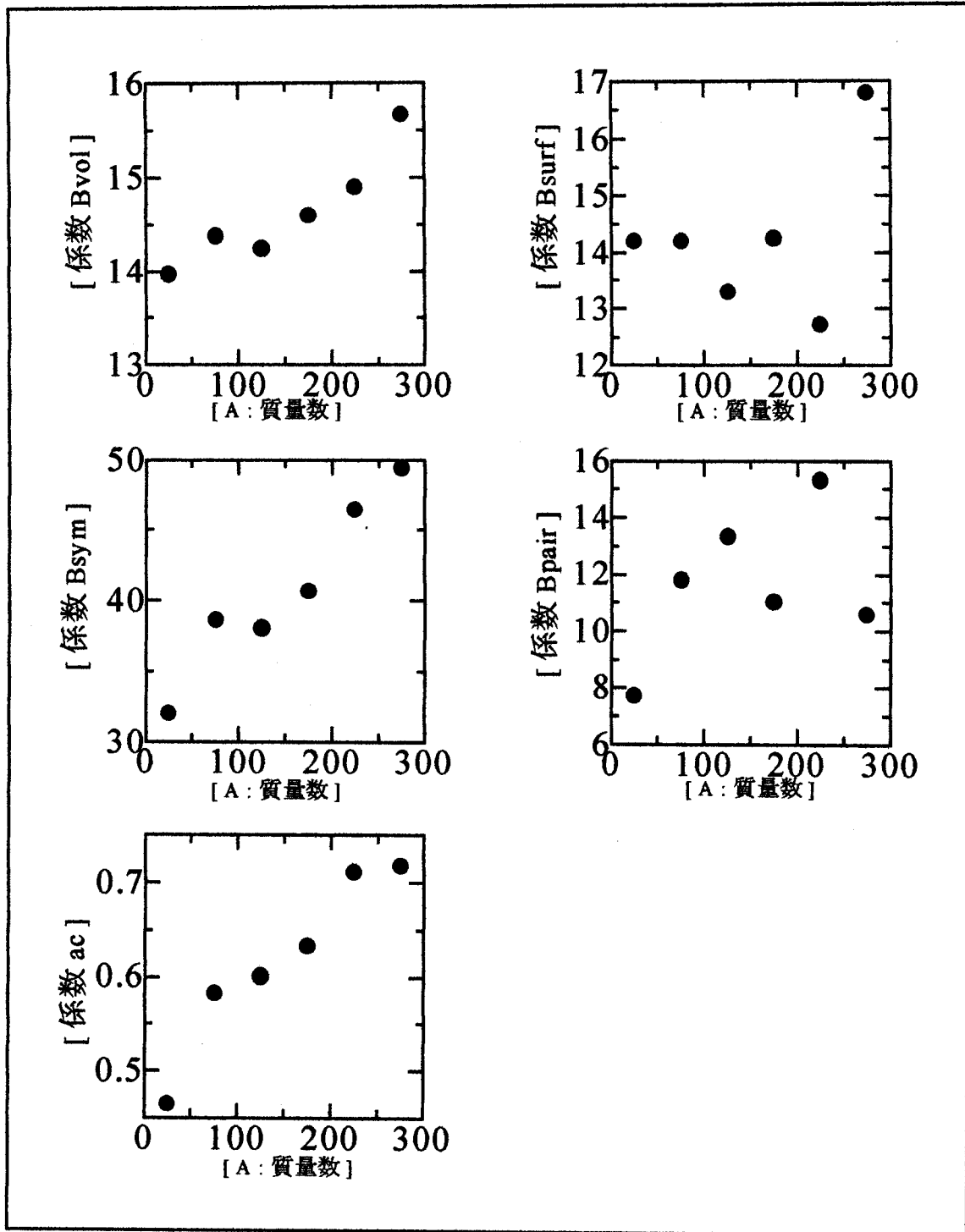


図 3. 1 : 質量公式の各係数における質量数 A への依存性

これらの結果は、本来液滴描像が適していない軽い核を除けば液滴模型が適切であることを物語っていると言えるだろう。従って現在は未知だが将来観測できる可能性があるといわれる $A \sim 300$ の超重核に対しても、現在の液滴模型のパラメータが大きな変更無しに適用できるだろうと推測できる。また、逆の側面をいえば、軽い核だけを推定する質量公式を求めるには、液滴模型以外の考え方をを用いたほうがいいか、それとも、この質量公式に新たに軽い部分の原子核を補う付加項をつける必要があるだろう。

第4章

β 安定曲線からの距離に対する依存性

4-1、 β 崩壊

β 線は高速度の負電荷を持つ電子である。元素X (Z、A) が β 粒子を放出すると、原子番号はZ + 1で質量数はAのままの元素に変換する。この場合を β^- 崩壊という。放射性物質から放射される β 線のエネルギー・スペクトルは連続的に分布し、最高エネルギーは2 MeV位である。また人工的に作られたある種の放射性核種は陽電荷を持つ電子（陽電子）を放出するとき、娘核の質量数は不変であるが原子番号は1だけ小さくなる。この場合を β^+ 崩壊という。そのほかに原子軌道の電子を原子核が吸収する電子捕獲も含めて β 崩壊という。

4-2、 β 安定曲線（ハイゼンベルグの谷）

β 崩壊をしない核種の質量数Aと陽子数Zの関係は、次の式で良く表すことができる。

$$N - Z = \frac{0.44^2}{A + 200}$$

これは放物線のような曲線になり、この放物線の左上側の原子核は陽電子を放出するなどして、次々と陽子数を減らし、放物線の上にある原子核に変換する。右下側の原子核は電子を放出し、やはり安定な原子核へと β 崩壊する。自然界に存在する核は β 安定曲線上のものであり実験的に生成される不安定核は β 安定曲線に近いものから徐々に研究されてきた。したがって、核データを「 β 安定曲線からの距離が何個以内の核に限る」という具合に制限することで、不安定核が漸進的に研究されてきた歴史的状況を模擬することができる、と考えられる。

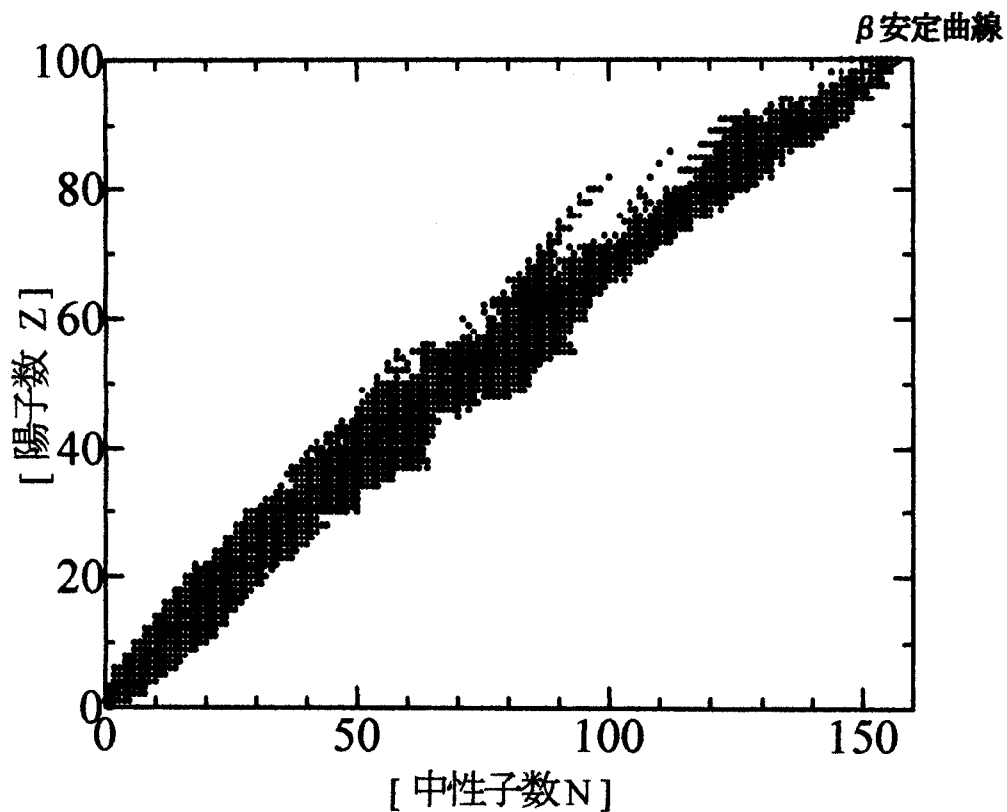


図 4. 1 : 核分布図と β 安定曲線

図 4. 1 は核分布図上に β 安定曲線を引いたものである。この曲線は原子核の分布のほぼ中心に位置している。すなわちこの曲線上または、その付近が最も安定しているわけである [8]。

次に β 安定曲線からの距離がある値以下の核のデータだけを使ってフィットを行うとどうなるのか調べることで、今後、データが増えたときの影響を推定する。

4-3、 β 安定曲線からの距離について

β 安定曲線からの距離とは、 β 安定曲線上の核から質量数Aに対して核数で何個分離れているかということである。

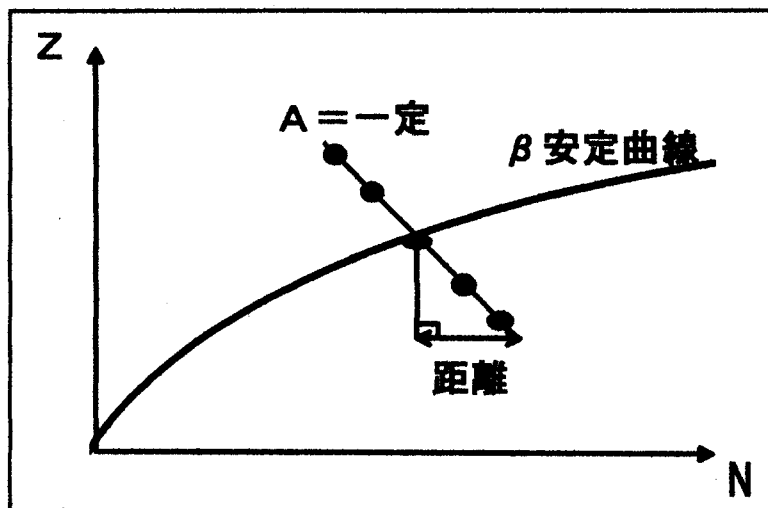


図4、 β 安定線との距離

図4で説明すると、各座標をN、Zと取った場合、ちょうど45度のところで質量数のおなじ核が並ぶ。それらの核について、 β 安定曲線上の核を基準として、距離が1個以内という制限なら、安定曲線の核および、その上下1個分の核のデータの範囲のみを使って係数を決定することにする。

4-4、 β 安定曲線からの距離に対する係数の変化

次ページの図4.2では、縦軸に液滴模型の各係数を取り、縦軸に係数の決定に用いた核の総数を取った。

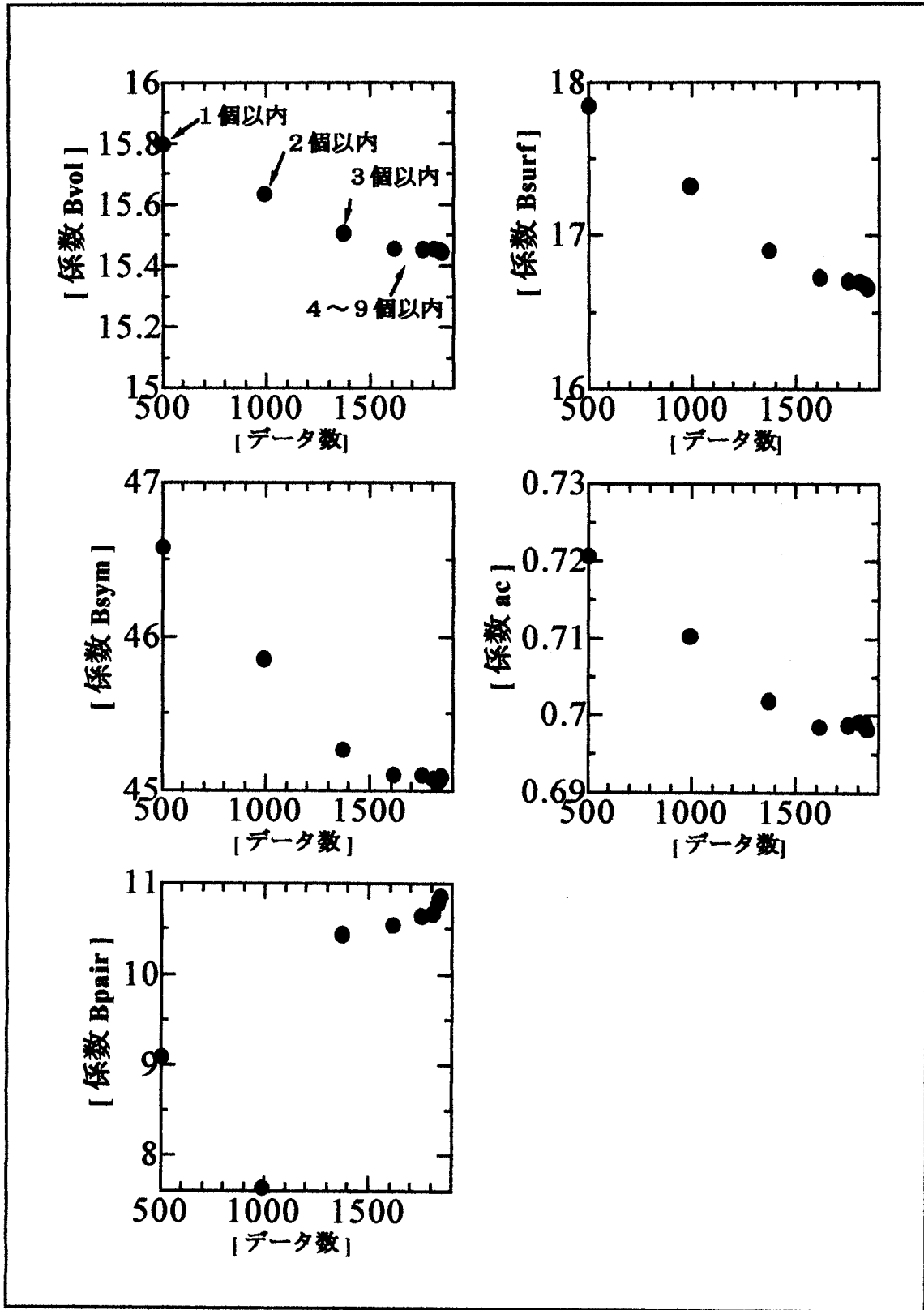


図 4. 2 : β 安定曲線からの距離における係数の変化

係数 B_{vol} の変化について見てみると、 β 安定曲線上にある核に対して決定した係数の値は15.8である。以下、 β 安定曲線からの距離が2個以内(このとき核数は全データの半数)で決定した係数は15.6である。 β 安定曲線からの距離が4個以内(このとき核数は全データの88%を占める)のときに決定した係数は15.4となっている。図をみると、この時(距離4個以内のとき)まで、係数の値は直線的に減っている。その後、全データ数の1844個までは変化が鈍っている。

係数 B_{surf} の変化については、 B_{vol} と似ていて β 安定曲線からの距離4個以内、データ数1600までの係数の変化は直線的に減っていて、その後全データ数の1844個までは変化が鈍っている。

係数 B_{sym} の変化や係数 a_c についても、 B_{vol} 、 B_{surf} と同じ傾向が見てとれる。

係数 B_{pair} の変化については、 β 安定曲線からの距離「3個以内」以降で安定な変化が見られ、その後、「7個以内」以上で係数の値が上がる傾向が見られた。これは、 β 安定曲線から離れた核は、対相関が弱くなることを示すのかもしれない。ここでは、対エネルギーを質量数Aのみに依存するとしたが、N-Zにも依存するとしてフィットするとよいかもかもしれない。

これらのことを代表して、係数 B_{vol} の変化について表を用意した。

表4-1：係数 B_{vol} の変化

β 安定曲線からの距離	核の個数	係数の値	平均2乗誤差	データ使用率
1個以内	505	15.8	3.2	約27%
2個以内	992	15.6	3.3	約54%
3個以内	1372	15.5	3.4	約74%
4個以内	1617	15.4	3.4	約88%
9個以内	1844	15.4	3.5	全データ数

第5章

分離エネルギーについて

有限個の核子の束縛状態としての原子核の存在限界は、 β 崩壊の寿命で決まるのではなく、核子放出に対する安定性の条件と自発的核分裂に対するポテンシャル障壁の有無で決定される。前者は、核子分離エネルギーを用いて定義される。

5-1、分離エネルギー

同重核で β 安定曲線からどんどん遠ざかると、ついには中性子あるいは陽子が結合しえない状態に至る。これは、核子の分離エネルギーが負の値になることによる。中性子、または陽子1個を核子から放出するために必要なエネルギーを中性子分離エネルギー、または陽子分離エネルギーといい、下式で定義される。

$$S_n(N, Z) = BE(N, Z) - BE(N-1, Z) \quad \dots \text{中性子分離エネルギー}$$

$$S_p(N, Z) = BE(N, Z) - BE(N, Z-1) \quad \dots \text{陽子分離エネルギー}$$

図5.1、5.2は実験値、および質量公式から計算した中性子分離エネルギーをプロットしたものである。図(5.2)のなかで軽核のところに現れる負の部分は、元素記号(N, Z)=H(3, 1), H(4, 1), He(3, 2), He(5, 2), He(7, 2), Li(7, 3), Be(9, 4), B(11, 5)で、これらの核は共鳴状態である。

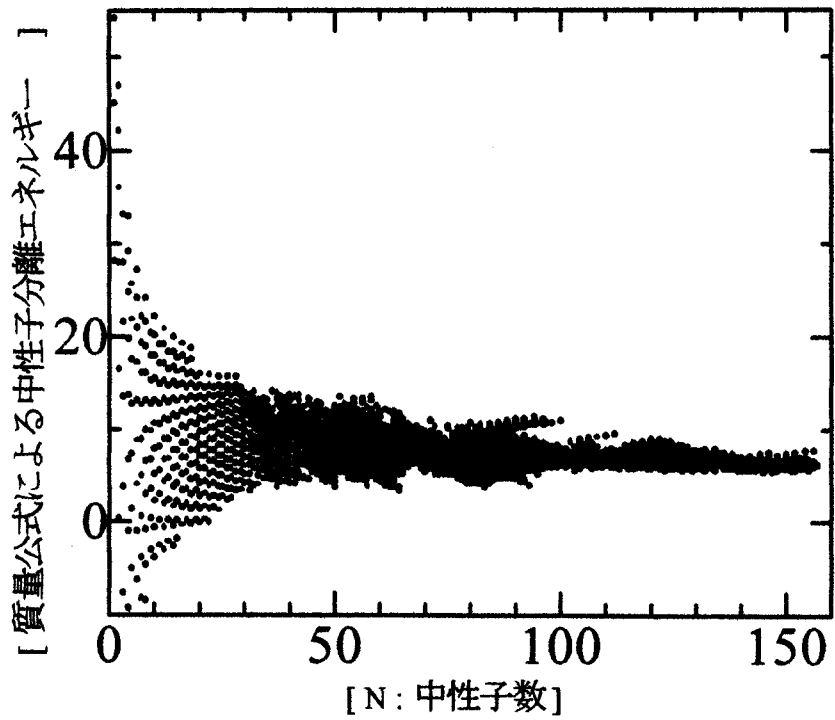


図 5. 1 : 質量公式による分離エネルギー

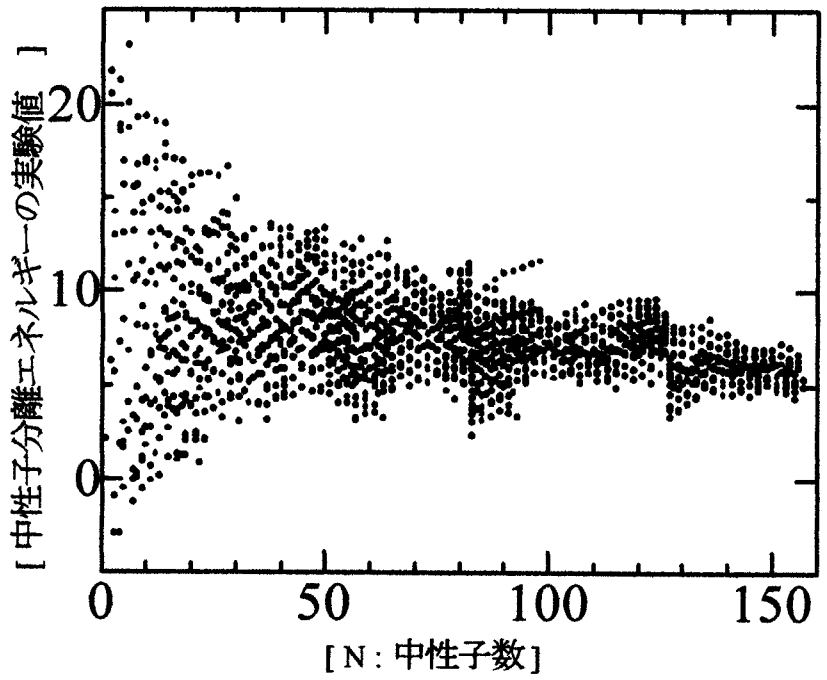


図 5. 2 : 質量公式による分離エネルギー

5-2、中性子ドリップ線、陽子ドリップ線

中性子分離エネルギーおよび陽子分離エネルギーが正の範囲、すなわち $S_n \geq 0$ かつ $S_p \geq 0$ の領域で核子は中性子や陽子を放出せずに安定である。 $S_n = 0$ または $S_p = 0$ となる核をつないで得られる線を中性子ドリップ線、または陽子ドリップ線という。

中性子ドリップ線 : $S_n(N, Z) = 0$

陽子ドリップ線 : $S_p(N, Z) = 0$

この線の外側では、中性子あるいは陽子は勝手に核から離れるので、そういう原子核は存在できないので、この線は原子核の存在する限界を表している。

5-3、r-process path (r-過程経路)

r過程経路とは、恒星の内部における元素合成過程のひとつで、超新星爆発のときなどの中性子密度の極めて大きいときに、 β 崩壊の半減期より短い時間間隔で中性子捕獲反応が起こる結果、 β 安定核より平均10個程度中性子が過剰な核を経由して重い元素の合成が起きる過程である。超新星爆発中の恒星の内部では熱放射 γ 線も豊富に存在するため、中性子分離エネルギーが2 MeV程度以下になると、中性子捕獲過程よりも、 γ 線を吸収して中性子を放出する過程が優勢になるため、吸収した中性子が β 崩壊して陽子に変わるまで待たなければ次の中性子を吸収することができなくなる。このため、(N, Z)平面上でr過程の進行する経路は、中性子分離エネルギーが2 MeV程度の核を結んだ線とほぼ一致すると考えられる。そこで、この論文では $S_n = 2 \text{ MeV}$ の曲線をr過程経路と呼ぶことにする。

r過程経路 : $S_n(N, Z) = 2 \text{ MeV}$

5-4、 β 安定曲線からの距離に対するドリップ線と r 過程経路

図5.3, 図5.4は、それぞれのラインを液滴模型で予想してプロットしたものである。図5.3では、 β 安定曲線からの距離が1個以内の核のデータにフィットして決めた係数を用い、図5.4では、距離が9個以内の核のデータにフィットした結果を用いた。ちなみに β 安定曲線からの距離が9個以内の場合は、全データを取り入れたものと同じことである。この2つを見比べても違いがわかりにくいので、 $Z=50$ の同位体に限って、より詳細に示したのが図5.5である。

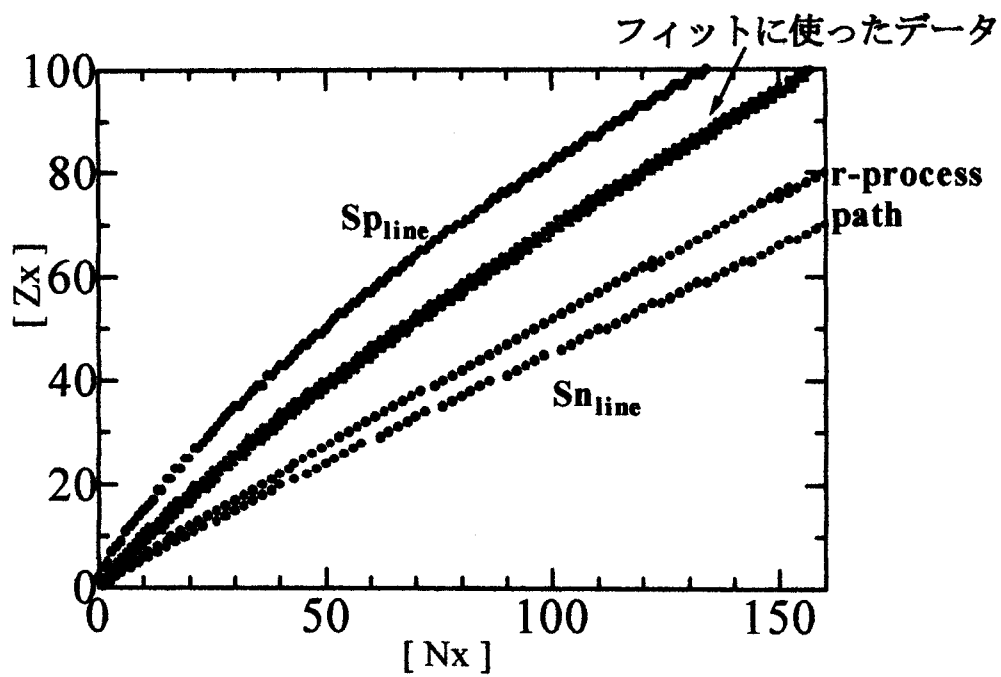


図 5.3 : β 安定線からの距離 1 個以内の核データによるドリップ線と r 過程経路の予想位置

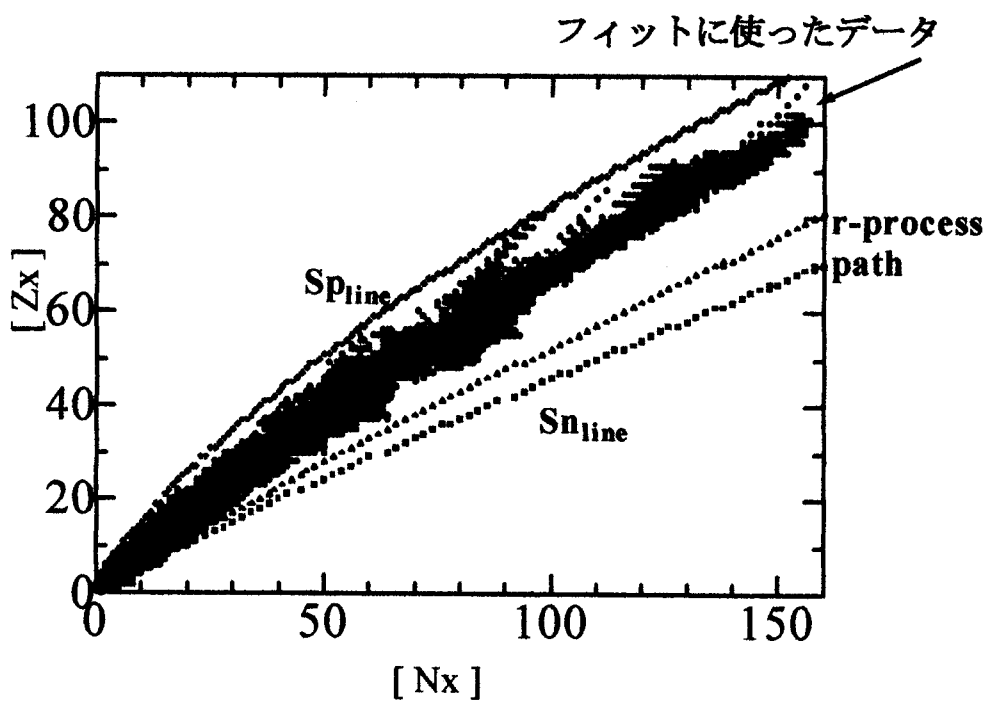


図 5.4 : 全ての核によるドリップ線と r 経路過程の予想位置

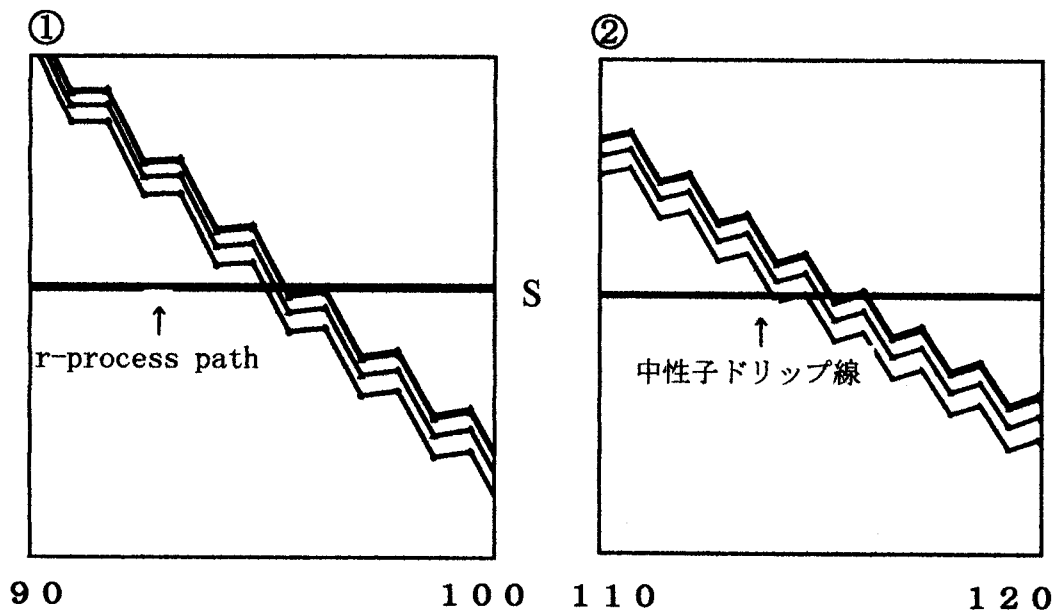
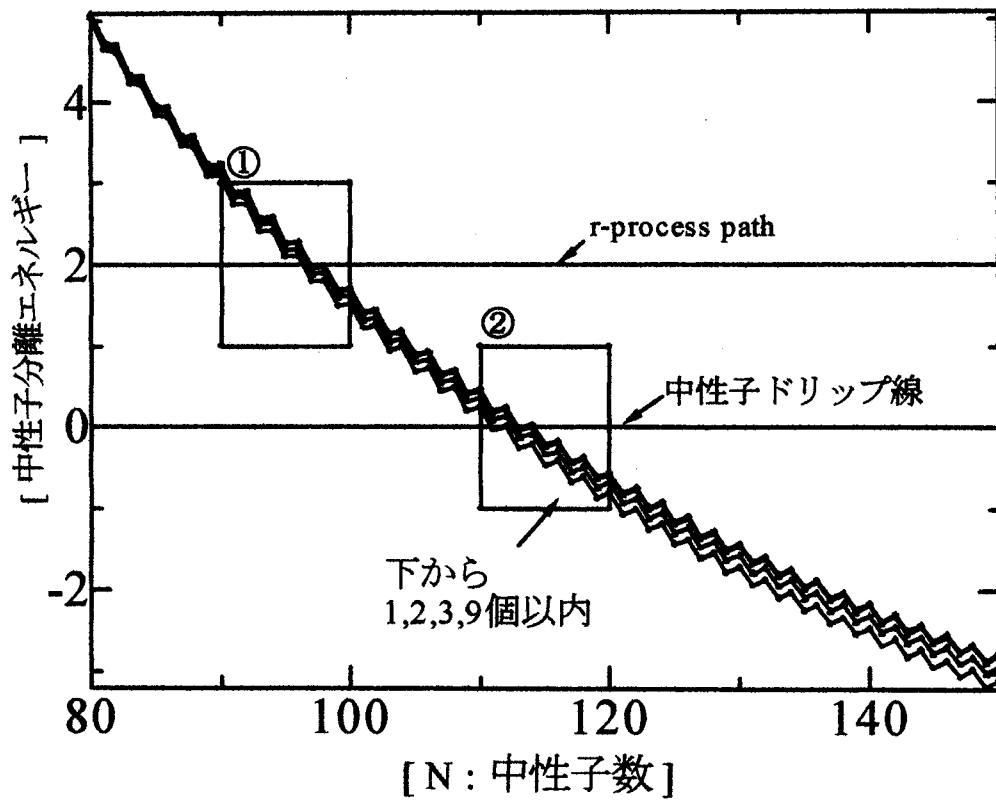


図 5. 5 $Z=50$ の同位体の中性子分離エネルギー

下から順に β 安定線からの距離が1、2、3、9個以内の核データへのフィットによる中性子分離エネルギーの予想値に対応している。①、②の部分拡大した図を見ると、まず、①では、r-process pathの範囲が大体核子2個分の幅になっている。②では、中性子ドリップ線の範囲が3～4個分の幅になっている。即ちデータの増加によって、ラインの位置の予測にこれだけの違いが生じるということである。

第6章、結論

以上、本研究でわかったことをまとめると、

(I) 液滴模型による質量公式の各係数の変化における質量数 A への依存性について、軽い核以外では依存性が小さいと言える。すなわち、軽い核では、この液滴模型による質量公式が良い精度を持っているとは言えず、液滴模型以外で原子核を表現できる考え方が必要となってくる。

(II) 原子核の個数を β 安定線からの距離[p20参照]に対して制限したときの液滴模型による質量公式の各係数の変化は、中性子ドリップ線のあたりで核子3~4個分のずれがあり、r-process pathのあたりで核子2個分のずれがある。この事は、今後、原子核が β 安定曲線から離れた位置に発見され、3000~4000に増えたとしても、このラインからのずれは、あと1個分ぐらいのずれの範囲に収まるだろうと思われる。よって、この液滴模型での質量公式は、今後増えると予想される原子核に対して有効だと思う。

(今後の課題)

しかし、この研究で用いた液滴公式による質量公式は、まだ軽い核や魔法数を持つ原子核や、中性子過剰核でのずれが目立つ。そこで、この液滴公式の残された課題としていくつかあげると、それぞれの殻に対応した付加項の必要性として殻効果の導入や、実験的に調べた中性子過剰による性質の変化なども考慮しなければならない。また、この液滴模型以外の質量公式も用いることにより、研究により適している質量公式を使い分けることも必要である。

謝辞

本研究をまとめるにあたり、応用物理工学科 物性基礎講座の田嶋直樹先生には、終始変わらぬ御指導を賜りましたこと、深謝いたします。また、鈴木敏男先生、林明久先生には卒業論文の研究活動全般に対して並々ならぬ御指導、御意見を賜わり深く感謝いたします。

末筆ながら、研究活動を通して、常に様々な意見を頂き、今日の研究活動を支えて下さった高木丈夫先生、長谷川健二先生、その他、多大な助言をして下さった院生の方々に深く感謝いたします。

以上、本研究および研究活動に対して、御指導、御協力を頂いた 多くの皆様に心より御礼申し上げます。

参考文献

- [1] 橘孝博、宇野正宏：原子核質量の評価データと予測（日本原子核研究所、核データニュース、1944、10月号）八木浩輔：原子核物理学（朝倉書店、1970）
- [2] G. Audi and A.H. Wapstra: Nuclear Physics, A595, 409-480 (1995)
(<http://www.NNdc.bnl.gov/NNdscr/masses/>)
- [3] 理化学研究所 (http://www.riken.go.jp/index_j.html)
- [4] R・R・ロイ、B・P・ニガム：原子核物理学（紀伊国屋書店、1972）
- [5] 影山誠三郎：原子核物理（朝倉書店、1972）
- [6] 有馬朗人：原子と原子核（朝倉書店、1982）
- [7] 戸川隼人：数値計算（サイエンス社、1976）
- [8] 日本原子力研究所エネルギーシステム研究部核データセンター
(http://www.Ndc.tokai.jaeri.go.jp/index_J.html)

付録

プログラムリスト

1. 液滴公式の係数の決定
2. 質量公式の各係数における質量数への依存性
3. ドリップ線と r 過程経路の出力

1.液滴公式の係数の決定

```

/*****
/* 各係数を決定するためのプログラム */
/*****
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define MAX_I 2000
#define MAX_K 5

/*<<<<グローバル宣言>>>>*/
int Nx[MAX_I], Zx[MAX_I];
int imax;
double masx[MAX_I];
double matA[MAX_K][MAX_K+1];
double vecB[MAX_K],vecF[MAX_K];

void Blq(int);
void gauss();

/*<<<<<<データー読み込み>>>>>>*/
void readdata(){
    double mx;
    int n,z;

    FILE * inputfile ;
    char b[80];

    imax = 0 ;

    inputfile = fopen ( "masx95r.dat" , "rt" );
    /* r=read(w=write),t=textfile */

    while (fgets( b,80,inputfile) != NULL )
    {
        sscanf(b,"%d%d%lf",&n,&z,&mx);
        if (n<0||n>200||z<0||z>130)
            {printf ("error(1)\n");}
        Nx[imax]=n; Zx[imax]=z; masx[imax]=mx/1000.0;
        imax++;
    }

    fclose ( inputfile );}

/*<<<<<<<<ファンクション(BE):実験的な結合エネルギー>>>>>>>>>>>>*/
double funBE(int Zx, int Nx, double masx)
{
    double Mn,Mh;
    double A_el,u;
    double BE;

    Mh=938.7829;
    Mn=939.5652;
    A_el=1.433e-5;
    u=931.4939;

    BE=(masx)+(Zx+Nx)*u-(Zx*Mh)-(Nx*Mn);
    if (Zx > 0) BE=BE+A_el*(pow(Zx,2.39)-Zx);
    return BE;
}

```

```
/*<<<<<<ファンクション(Biq):質量公式>>>>>>>>>>>>*/
```

```
void Blq(int i){
```

```
double A,S;  
if (i<0||i>=imax)  
    {printf ("error(2)\n");  
    exit(1);}  
A=Nx[i]+Zx[i];  
  
vecF[0]=A;  
vecF[1]=pow(A,2./3.);  
vecF[2]=(Nx[i]-Zx[i])*(Nx[i]-Zx[i])/(2.*A);  
vecF[3]=Zx[i]*Zx[i]/pow(A,1./3.);  
if (Nx[i]%2==0 && Zx[i]%2==0) {S=1;}  
else if (Nx[i]%2==1 && Zx[i]%2==1) {S=-1;}  
else S=0;  
vecF[4]=S/sqrt(A);  
}
```

```
/*<<<<<ガウス_ジョルダン>>>>>>>>*/
```

```
void gauss(){
```

```
int i,j,k;  
double p;  
  
for(i=0;i<MAX_K;i++){  
    { matA[i][MAX_K]=vecB[i];}  
  
for(k=0;k<MAX_K;k++){  
    p=matA[k][k];  
    for(j=k;j<=MAX_K;j++){  
        { matA[k][j]=matA[k][j]/p;}  
  
for(i=0;i<MAX_K;i++){  
    if(i!=k){  
        p=matA[i][k];  
        for(j=k;j<=MAX_K;j++){  
            { matA[i][j]=matA[i][j]-p*matA[k][j];}  
        }  
    }  
}  
}
```

```
/*<<<< main program >>>>*/
```

```
void main()
```

```
{  
int k,i,j,l,t,g;  
double s;  
readdata();  
  
for(i=0;i<imax;i++){  
if(i<20){  
    Blq(i);  
    printf("%d N=%d Z=%d mx=%10.4f be=%10.4f f=%4.0f %6.3f %6.3f %6.3f\n",i,Nx[i],Zxi,masx[i],  
  
    funBEZx[i],Nx[i],masx[i],vecF[0],vecF[1],vecF[2],vecF[3],vecF[4]);  
}
```

```

/* 正規方程式の作成(最小二乗法) */

/*matAを計算*/

for (k=0;k<MAX_K;k++)
{
for (l=0;l<MAX_K;l++)
{
s=0;
for (i=0;i<imax;i++){
Blq(i);
s+=vecF[k]*vecF[l];
}
matA[k][l]=s;
}
}

/*vecBを計算*/
for (k=0;k<MAX_K;k++)
{
s=0;
for (t=0;t<imax;t++)
{
Blq(t);
s+=vecF[k]*funBE(Zx[t],Nx[t],masx[t]);
}
vecB[k]=s;
}

/*matA,vecBの出力*/
printf("<<<<<< matA >>>>>>\n");
for (k=0;k<MAX_K;k++){
printf("[");
g=0;
for (l=0;l<MAX_K;l++){
printf("%.10.4f",matA[k][l]);
if (g==MAX_K-1)
{printf("] \n");}
g++;
}}
printf("<<<<<< vecB >>>>>>\n");
for (j=0;j<MAX_K;j++)
{ printf(",%f\n",vecB[j]);}

gauss();
printf("<<<<<<係数>>>>>>\n");
for (i=0;i<MAX_K;i++){
printf ("[%f]\n",matA[i][MAX_K]);}
}

```

```

2.質量公式の各係数における質量数への依存性
/*****/
/*   Aで区切って係数の変化を見る   */
/*****/
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define MAX_I 2000
#define MAX_K 5

/*<<<<<グローバル宣言>>>>>*/
int Nx[MAX_I], Zx[MAX_I];
int Nxd[MAX_I], Zxd[MAX_I];
int dv;
int imax;
double masx[MAX_I];
double masxd[MAX_I];
double matA[MAX_K][MAX_K+1];
double vecB[MAX_K],vecF[MAX_K];
double funBE(int,int,double);
void Blq(int);
void gauss();
/*<<<<<<データー読み込み>>>>>*/
void readdata(){
    double mx;
    int n,z;

    FILE * inputfile ;
    char b[80];
    imax=0;
    inputfile = fopen ( "masx95r.dat" , "rt" );
    /* r=read(w=write),t=textfile */

    while (fgets( b,80,inputfile) != NULL )
    {
        sscanf(b,"%d%d%lf",&n,&z,&mx);
        if (n<0||n>200||z<0||z>130)
            {printf ("error(1)\n");}
        Nx[imax]=n; Zx[imax]=z; masx[imax]=mx/1000.0;
        /*printf("%d %d% lf",Nx[imax],Zx[imax],masx[imax]);*/
        imax++;
    }
    fclose ( inputfile );}
/*<<<<<<<ファンクション(BE):実験的な結合エネルギー>>>>>>>>>*/
double funBE(int Zx, int Nx, double masx)
{
    double Mn,Mh;
    double A_el,u;
    double BE;
    Mh=938.7829;
    Mn=939.5652;
    A_el=1.433e-5;
    u=931.4939;
    BE=(masx)+(Zx+Nx)*u-(Zx*Mh)-(Nx*Mn);
    if (Zx > 0) BE=BE+A_el*(pow(Zx,2.39)-Zx);
    return BE;
}
/*<<<<<<<ファンクション(Blq):質量公式>>>>>>>>>*/
void Blq(int i){
    double A,S;

```

```

        if (i<0||i>=dv)
            { printf ("error(2)\n");
              exit(1);}
    A=Nxd[i]+Zxd[i];
    vecF[0]=A;
    vecF[1]=pow(A,2./3.);
    vecF[2]=(Nxd[i]-Zxd[i])*(Nxd[i]-Zxd[i])/(2.*A);
    vecF[3]=Zxd[i]*Zxd[i]/pow(A,1./3.);
    if ( Nxd[i]%2==0 && Zxd[i]%2==0) {S=1;}
    else if (Nxd[i]%2==1 && Zxd[i]%2==1) {S=-1;}
    else S=0;
    vecF[4]=S/sqrt(A);
}

/*<<<<ガウス_ジョルダン>>>>*/
void gauss(){

    int i,j,k;
    double p;
    for(i=0;i<MAX_K;i++){
        { matA[i][MAX_K]=vecB[i];}
    for(k=0;k<MAX_K;k++){
        p=matA[k][k];
        for(j=k;j<=MAX_K;j++){
            { matA[k][j]=matA[k][j]/p;}
        for(i=0;i<MAX_K;i++){
            if(i!=k){
                p=matA[i][k];
                for(j=k;j<=MAX_K;j++){
                    { matA[i][j]=matA[i][j]-p*matA[k][j];}
                }
            }
        }
    }
}

void main()
{
    int k,i,j,l,t,g,ct,ds,de,y;
    double s,kes[6];
    double Err,Rms_Err,rrE;
    double B_vol, B_surf, B_sym, ac, B_pair;
    int Ad,Sd;
    double Bq1, Bq2, Bq3, Bq4, Bq;
    readdata();
    printf("係数の変化\n");
    printf(" B_vol ,B_surf ,B_sym ,ac ,B_pair ,Number ,Range ,Rms_Err\n");
    ct=0;
    for (y=0;y<=250;y=y+50){
        ds=y,de=y+50,ct++;
        dv=0;
        Err=0,Rms_Err=0,rrE=0;
        B_vol=0;B_surf=0;B_sym=0;ac=0;B_pair=0;
        Ad=0;Sd=0;
        Bq1=0;Bq2=0;Bq3=0;Bq4;Bq=0;

        for (i=0;i<imax;i++){
            if ( ds < (Nx[i]+Zx[i]) && de >= (Nx[i]+Zx[i])){
                Nxd[dv]=Nx[i]; Zxd[dv]=Zx[i]; masxd[dv]=masx[i];
                dv++;}
        }
    /* 正規方程式の作成(最小二乗法) */
    /*matAを計算*/
    for (k=0;k<MAX_K;k++)
    {

```



```

for (l=0;l<MAX_K;l++)
{
s=0;
for (i=0;i<dv;i++){
Blq(i);
s+=vecF[k]*vecF[l];
}
matA[k][l]=s;}}
/*vecBを計算*/
for (k=0;k<MAX_K;k++)
{
s=0;
for (t=0;t<dv;t++)
{
Blq(t);
s+=vecF[k]*funBE(Zxd[t],Nxd[t],masxd[t]);
}
vecB[k]=s;
}

gauss();
for (i=0;i<MAX_K;i++){
printf (" %2.2f",fabs(matA[i][MAX_K]));
kes[i]=fabs(matA[i][MAX_K]);
B_vol=kes[0];B_surf=kes[1];B_sym=kes[2];ac=kes[3];B_pair=kes[4];
}
printf (" %3d %3d<A<=%3d",dv,y,y+50);

/*<<<平均二乗誤差のためのプログラム>>>*/
for(j=0;j<dv;j++){
Ad=Nxd[j]+Zxd[j];
Bq1= B_vol * Ad;
Bq2=-B_surf * pow(Ad,2./3.);
Bq3=-B_sym *(Nxd[j]-Zxd[j])*(Nxd[j]-Zxd[j])/(2.*Ad);
Bq4=-ac * Zxd[j]*Zxd[j]/pow(Ad,1./3.);

Sd=B_pair;
if ( Nxd[j]%2==0 && Zxd[j]%2==0 ) {Sd=1;}
else if ( Nxd[j]%2==1 && Zxd[j]%2==1 ) {Sd=-1;}
else Sd=0;
Bq=Bq1+Bq2+Bq3+Bq4+Sd/sqrt(Ad);
/* printf("%f,%f\n",Bq,funBE(Zxd[j],Nxd[j],masxd[j]));*/
Err=Bq-fabs(funBE(Zxd[j],Nxd[j],masxd[j]));
rrE+=pow(Err,2);
/*printf("Err%f EE%f\n",Err,rrE);*/
}
Rms_Err=sqrt(rrE/dv);
printf (" %2.2f\n",Rms_Err);
if (ct==6){break;}
}}

```

3. ドリップ線と r 過程経路の出力

```
/******  
/* 各分離エネルギーSn&Sp&Rp_lineを出力 */  
/******  
#include <stdio.h>  
#include <math.h>  
#define MAX_I 2000  
  
/*<<<<<グローバル宣言>>>>>>>*/  
int Nx[MAX_I], Zx[MAX_I];  
int imax;  
double masx[MAX_I];  
double fnBE(int,int,double);  
  
double unBlq(int,int);  
  
double funMasx(int,int);  
  
double B_vol,B_surf,B_sym,B_pair;  
  
double ac;  
  
/*<<<<<<データ読み込み>>>>>>>*/  
void readdata(){  
    double mx;  
    int n,z;  
    FILE * inputfile ;  
    char b[80];  
  
    imax = 0 ;  
    inputfile = fopen ( "masx95r.dat" , "rt" ) ;  
    /* r=read(w=write),t=textfile */  
  
    while (fgets( b,80,inputfile) != NULL )  
    {  
        sscanf(b,"%d%d%lf",&n,&z,&mx);  
        if (n<0||n>200||z<0||z>130)  
            {printf ("error(1)\n");}  
        Nx[imax]=n; Zx[imax]=z; masx[imax]=mx/1000.0;  
  
        imax++;  
    }  
  
    fclose ( inputfile ) ;}  
  
/*<<<<<<<ファンクション(BE):実験的な結合エネルギー>>>>>>>>>>>>*/  
double funBE(int Nx, int Zx, double masx)  
{  
    double Mn,Mh;  
    double A_el,u;  
    double BE;  
  
    Mh=938.7829;  
    Mn=939.5652;  
    A_el=1.433e-5;  
    u=931.4939;  
  
    BE=(masx)+(Zx+Nx)*u-(Zx*Mh)-(Nx*Mn);
```



```

if (sel==4){a=15.455052;b=16.725934;c=45.099330;d=0.698513;e=10.538020;}
if (sel==5){a=15.452899;b=16.701653;c=45.099760;d=0.698720;e=10.637705;}
if (sel==6){a=15.454516;b=16.696489;c=45.073406;d=0.699154;e=10.666993;}
if (sel==7){a=15.451221;b=16.683399;c=45.062893;d=0.698952;e=10.777944;}
if (sel==8){a=15.447226;b=16.671731;c=45.079149;d=0.698522;e=10.831740;}
if (sel==9){a=15.443952;b=16.662235;c=45.086690;d=0.698190;e=10.858307;}
B_vol=a; B_surf=b; B_sym=c; ac=d; B_pair=e;

```

```

/*<<< 質量公式による Sn_line の出力 >>>*/

```

```

fp_Sn=fopen("All_Sn_Blq_line.dat","w");
fprintf(fp_Sn,"Nx,Zx ,Sn_Blq_line\n");
for ( i=0;i<200;i++ ) {
for ( k=0;k<200;k++ ) {

Sn_Blq[k]=funBlq(k,i)-funBlq(k-1,i);
Sn_Blq[k-1]=funBlq(k-1,i)-funBlq(k-1-1,i);

if ( Sn_Blq[k]*Sn_Blq[k-1]<0 ) {
if ( Sn_Blq[k]>0 ) { fprintf(fp_Sn,"%d %d %f\n",k,i,Sn_Blq[k]);}
else if ( Sn_Blq[k-1]>0 ){ fprintf(fp_Sn,"%d %d %f\n",k-1,i,Sn_Blq[k-1]);}}}
fclose(fp_Sn);

```

```

/*<<< 質量公式による Sp_Blq_line の出力 >>>*/

```

```

fp_Sp=fopen("All_Sp_Blq_line.dat","w");
fprintf(fp_Sp,"Nx,Zx ,Sp_Blq\n");

for ( i=0;i<200;i++ ) {
for ( k=0;k<200;k++ ) {

Sp_Blq[k]=funBlq(k,i)-funBlq(k,i-1);
Sp_Blq[k-1]=funBlq(k,i-1)-funBlq(k,i-1-1);
if ( Sp_Blq[k]*Sp_Blq[k-1]<0 ) {
if ( Sp_Blq[k]>0 ) { fprintf(fp_Sp,"%d %d %f\n",k,i,Sp_Blq[k]);}
else if ( Sp_Blq[k-1]>0 ){ fprintf(fp_Sp,"%d %d %f\n",k-1,i,Sp_Blq[k-1]);}}}

fclose(fp_Sp);

```

```

/*<<< 質量公式による Rp_Blq_line の出力 >>>*/

```

```

fp_Rp=fopen("All_Rp_Blq_line.dat","w");

fprintf(fp_Rp,"Nx,Zx ,Rp_Blq\n");
for ( i=0;i<200;i++ ) {
for ( k=0;k<200;k++ ) {
Rp_Blq[k]=funBlq(k,i)-funBlq(k-1,i);
Rp_Blq[k-1]=funBlq(k-1,i)-funBlq(k-1-1,i);

if ( (Rp_Blq[k]-2)*(Rp_Blq[k-1]-2)<0 ) {
if ( (Rp_Blq[k]-2)>0 ) { fprintf(fp_Rp,"%d %d %f\n",k,i,Rp_Blq[k]);}

else if ( (Rp_Blq[k-1]-2)>0 ){ fprintf(fp_Rp,"%d %d %f\n",k-1,i,Rp_Blq[k-1]);}}}
fclose(fp_Rp);}

```