

卵を回すとなぜ立つかII

平成 17 年 2 月 17 日

大森 英胤

(学籍番号 99380161)

ゆで卵や碁石などの剛体を机の上において、勢いよく回転させると立ち上がる。この現象の不思議なところは、重心が重力に逆らって上昇する、ということである。この現象は 100 年以上前から知られていたが、これまで解明されていなかった。2002 年に Moffatt と下村によって卵のような軸対称物体の回転に伴う立ち上がりの現象を説明する理論が発表された。(Nature 416,385-386(2002))

この理論によると、回転する剛体の運動方程式に対して C を対称軸, A をそれ以外の軸まわりの慣性モーメント, Ω, n をそれぞれ鉛直軸, 対称軸方向の角速度, θ を鉛直軸と対称軸のなす角度としたとき $Cn = A\Omega \cos \theta$ という近似を用いると、運動方程式を積分することができる。この近似をジャイロスコピック近似とよび、回転が速い場合においては、自然な仮定であるが、定量的な検討はまだなされたことがない。

軸対称物体の立ち上がり現象と関係の深いものとして、逆立ちごまがある。逆立ちごまのような偏心球の回転に伴う立ち上がりの現象は、1952 年 Braams および Hugenholtz によって厳密解が得られていて、そこにはジェレット定数とよばれる運動定数が存在することがわかっている。Moffatt と下村の理論では一般の軸対称物体に対しても、このジェレット定数が保存される。上述の記号および重心の高さ h を用いると $J = A\Omega h$ と表される。このジェレット定数を用いると運動方程式は非常に簡単な形で書くことができ、容易に積分できるようになる。

本卒業研究では剛体の並進・回転運動を表す微分方程式を 4 次のルンゲクッタ法を用いて解き、上記の近似を用いずに軸対称物体の回転直立現象を再現し、その際にジャイロスコピック近似がどの程度の精度で成立しているのかやジェレット定数の時間変化について調べた。

右図の上段にジャイロスコピック近似に関して、下段にジェレット定数に関して調べた結果を示した。この計算では、軸対称物体が立ち上がる時間は 1.1 秒 ~ 1.8 秒である。ジャイロスコピック近似は立ち上がる過程で左辺の値に対する右辺の値は最大で約 4% 程度ずれていた。これに対してジェレット定数は立ち上がる過程で、約 0.2% 程度の変化しかなかった。このことは、ジャイロスコピック近似は、個々の時刻においては大きなずれが生じ得るが、短時間の変動をならして見たときには高い精度で成り立っており、このことによりジェレット定数の変化が約 0.2% しかないと解釈することができる。

