

原子核の半減期の経験式

2010年2月

福井大学 工学部 物理工学科

川崎 遼

目次

第1章	はじめに	2
第2章	解析に用いるデータ	3
2.1	データの内容	3
第3章	原子核の崩壊モード	6
3.1	崩壊モードのパターン	6
3.2	データ上での崩壊モードの記述	8
第4章	α 崩壊と β 崩壊の理論	10
4.1	α 崩壊に関するガイガー・ヌッタルの法則	10
4.2	β 崩壊と ft 値	12
第5章	β 安定曲線	13
5.1	半減期の分布	13
5.2	β 安定曲線からの距離	15
5.3	半減期と β 安定曲線からの距離の関係	17
第6章	結論	22
6.1	まとめ	22
	参考文献	23
	謝辞	24
	付録	25

第1章 はじめに

原子核は極めて小さな物質の構成単位であるに関わらず、原子核の崩壊によって生み出されるエネルギーは原子力発電に代表されるように大変大きなものである。こういった相反する2つの特徴を持ち合わせていることは私が原子核物理を学ぶ上で大変魅力的に感じた部分である。原子核が放射性崩壊する際、ほとんどの原子核は質量数の違う原子核へと壊変する。この点に注目し、本論文では、原子核の崩壊の半減期 $T_{1/2}$ を与える粗い近似として、その原子核を構成する中性子の個数 N と陽子の個数 Z の簡単な数式で表された経験式を提案する。原子核の質量については、 N と Z の簡単な数式の経験式は既に 1935 年に Bethe-Weizsäcker の質量公式が発表されている。半減期についてもそのような経験式があれば、単純さ故の使い易さにより、原子核に関する諸々の課題のための議論の出発点となる最も粗い定量評価の際に役立つと期待される。

精密な理論的扱いでは、崩壊に際して放出される全エネルギー (Q 値) をも使用して半減期を表すが、 Q 値を使うためには原子核の崩壊を崩壊の終状態や崩壊モード毎に分けて扱う必要が生じ、そのために核の基底状態の質量や、さらには励起スペクトルが分からなければ半減期が計算できなくなる。この観点からも本論文では Q 値を使用せず N と Z だけで経験式を構成することを目的としたい。

第2章 解析に用いるデータ

解析の対象としたデータは米国の National Nuclear Data Center の作成した NUCLEAR WALLET CARDS である。

NUCLEAR WALLET CARDS は、原子核の基本的なデータやその他の重要な情報が含まれており、National Nuclear Data Center によって定期的にバージョンを更新される。Jagdish K. Tuli によって現在では第7版まで改訂され小冊子としてだけでなく、ASCII ファイルとしては個別に要望すれば入手可能である。本研究では私は指導教員を通じて入手した最新 (2009 年 05 月版) データファイルを解析する。

2.1 データの内容

データの冒頭 20 行程度を下記に転記する。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)						
1	0	n	Q	1/2+	B-	100.00	0.0000	0.782	10.24	M	2	8.0713	0.0000	work05	6.14E+02	
1	1	H	Q	1/2+			0.0000	0.000	STABLE	99.985%	1	7.2890	0.0000	941006	0.00E+00	
2	1	H	Q	1+			0.0000	0.000	STABLE	0.015%	1	13.1357	0.0000	200309	0.00E+00	
3	1	H	Q	1/2+	B-	100.00	0.0000	0.019	12.32	Y	2	14.9498	0.0000	200007	3.89E+08	
4	1	H	Q	2-	N	100.00	0.0000	2.910	4.6	MEV	9	25.9015	0.1033	NUBASE	1.03E-22	
5	1	H	W		N	100.00	0.0000	2.800	5.7	MEV	21	32.8924	0.1000	NUBASE	8.33E-23	
6	1	H	Q	(2-)	N	100.00	0.0000	-3.000	1.6	MEV	4	41.8638	0.2649	200212	2.97E-22	
7	1	H	W		2N?				29E-23	Y	7	49.1350	1.0050	S	03K011	9.15E-15
3	2	HE	Q	1/2+			0.0000	0.000	STABLE	0.000137%	3	14.9312	0.0000	870312	0.00E+00	
4	2	HE	Q	0+			0.0000	0.000	STABLE	99.999863%	3	2.4249	0.0000	199807	0.00E+00	
5	2	HE	Q	3/2-	A	100.00	0.0000	0.890	0.60	MEV	2	11.3862	0.0500	840808	7.91E-22	
5	2	HE	Q	3/2-	N	100.00	0.0000	0.890	0.60	MEV	2	11.3862	0.0500	840808	7.91E-22	
6	2	HE	Q	0+	B-	100.00	0.0000	3.508	806.7	MS	15	17.5951	0.0008	200212	8.07E-01	
7	2	HE	Q	(3/2)-	N		0.0000	0.440	150	KEV	20	26.1010	0.0167	200302	3.16E-21	
8	2	HE	Q	0+	B-	100.00	0.0000	10.652	119.0	MS	15	31.5980	0.0069	199902	1.19E-01	
8	2	HE	Q	0+	BN	16.00	0.0000	8.619	119.0	MS	15	31.5980	0.0069	199902	1.19E-01	
9	2	HE	Q	(1/2-)	N	100.00	0.0000	1.150	65	KEV	37	40.9394	0.0294	199902	7.30E-21	
10	2	HE	Q	0+	2N ?		0.0000	1.070	0.17	MEV	11	48.8092	0.0700	971209	2.79E-21	
3	3	LI	W		P ?				unstable			28.6670	2.0000	S	0.00E+00	
4	3	LI	Q	2-	P	100.00	0.0000	3.100	6.03	MEV		25.3232	0.2121	980707	7.87E-23	
5	3	LI	Q	3/2-	A	100.00	0.0000	1.970	1.5	MEV	AP	11.6789	0.0500	840808	3.16E-22	
5	3	LI	Q	3/2-	P	100.00	0.0000	1.970	1.5	MEV	AP	11.6789	0.0500	840808	3.16E-22	
6	3	LI	Q	1+			0.0000	0.000	STABLE	7.59%	4	14.0868	0.0000	200212	0.00E+00	
7	3	LI	Q	3/2-			0.0000	0.000	STABLE	92.41%	4	14.9081	0.0001	200302	0.00E+00	

基本的に 1 行に 1 原子核のデータが記載されているが複数行にわたるものもある。データの記載が複数行にわたるものは以下のものである。

- 崩壊モードが複数存在している原子核。
- 異性体 (isomer) が存在する場合。異性体 (isomer) とは質量数 A も陽子数 Z も等しいがエネルギー準位が違うもので NUCLEAR WALLET CARDS では質量数 A の横に M をつけることで表記されている。

記載されているデータの内容は

(1) 質量数 A

陽子数 Z、中性子数 N としたとき質量数は $A=Z+N$ である。本データに記載された原子核の質量数の範囲は $A=1 \sim 241$ である。

(2) 原子番号 Z

陽子数 Z のことを原子番号と呼ぶ。本データに記載された原子核の陽子数の範囲は $Z=0 \sim 95$ である。Z=0 は中性子に対応する。

(3) 元素記号

アルファベットの大きい文字で表記されている。本データには 96 種類 (中性子のみを含む) が記載されている。

(4) スピン、パリティ

スピンは整数または分数で表記されており、パリティは +, - で表記されている。また () が付いているものは不確かなものを表している。スピンのみに () が付いていればスピンのみが不確かであり、パリティのみに () が付いていればパリティのみが不確かである。両方に付いている場合は両方共不確かということである。

(5) 崩壊モード

次章崩壊モードで詳しく説明する。

(6) 崩壊の分岐比 [%]

複数の崩壊モードがある場合に、各モードで崩壊が起こる割合。なお、ある崩壊モードでの崩壊の直後に別のモードでの崩壊が引き続いて起きる原子核もある。例えば、 ^{14}Be は、必ず β^- 崩壊するが、その直後 (典型的には 10^{-20} 秒程度以内) に 1 個だけ中性子を放出する場合 ($\beta^{-1}\text{n}$ 崩壊) と、2 個の中性子を放出する場合 ($\beta^{-1}2\text{n}$ 崩壊) とがある。本研究で使うデータファイルでは、この核の崩壊モードは

B- 100.00, BN 81.00, B2N 5.00

のように記述されており、これは、 ^{14}Be の崩壊の結果、81% は ^{13}B に、5% は ^{12}B に、残りの 14% は ^{14}B になることを意味している。これらの娘核は、中性子放出より十数桁長い時間 (半減期は 10 ms 程度) が経過した後に β^- 崩壊する。

(7) (異性体の) 励起エネルギー [MeV]

異性体 (isomer) が γ 崩壊する際放出するエネルギー。

(8) 崩壊の Q 値 [MeV]

崩壊で発生するエネルギー。符号が - のものは生成の際の吸熱量である。

(9) 半減期

STABLE … 安定核

Y,D,H,M,S … それぞれ年、日、時、分、秒。その後の数字が誤差で AP は誤差が不確かで約という意味。また MS,US,NS,PS はそれぞれミリセカンド、マイクロセカンド、ナノセカンド、ピコセカンドの意味である。

EV,KEV, MEV … 半減期 ($T_{1/2}$) の短い原子核では、エネルギー準位の幅 (Γ) が記されている。二つの量の間には、量子力学的な不確定性により、下記の関係が成立する。

$$\Gamma = \frac{\hbar \ln 2}{T_{1/2}}$$

ここで、 $\hbar \ln 2 = 4.56 \times 10^{-16} \text{eV} \cdot \text{s}$ である。従って、例えば、半減期が 4.56 fs の原子核のエネルギー準位には 1 eV の量子力学的な不確定性があることがわかる。また、現在の原子核理論では、論じ得るのは 100 keV 程度の精度までなので、半減期が 4.56×10^{-21} 秒以上ある原子核は (寿命が無限大の) 安定核と同じ計算方法で扱ってよいということがわかる。

(10) 同位体比 [%]

太陽系内での同位体の存在比。

(11) 質量超過

原子核と Z 個の電子からなる中性原子の質量から原子質量単位に質量数を乗じたものを差し引いた値をエネルギーとして MeV 単位で表したものである。

これらのデータを読み込むために perl スクリプトを作成する。作成した perl スクリプトを付録に示した。

第3章 原子核の崩壊モード

中性子数と陽子数のある決まった組み合わせだけが安定な原子核を形成する。同じ元素でも中性子数の異なるもの(同位体)がいくつか存在する。決まった組み合わせの中性子数よりも多くても少なくても、その結果形成される原子核は安定ではなく、放射性崩壊 (radioactive decay) を起こすことになる。

3.1 崩壊モードのパターン

NUCLEAR WALLET CARDS のデータファイルには 37 種類の崩壊モードが記載されているが、NUCLEAR WALLET CARDS(冊子)の解説ページではこれらの崩壊モードを次の 8 パターンに分類している。

1. β^- 崩壊
2. ϵ (electron capture), $\epsilon+\beta^+$ または β^+ 崩壊
3. 中性子放出, 陽子放出, α 崩壊
4. 2重 β^- 崩壊, 3重 α 崩壊
5. β -n, β -p, β - α : β^- 崩壊の後中性子放出, 陽子放出, α 崩壊
6. ϵ p, $\epsilon\alpha$, ϵ SF : ϵ または β^+ 崩壊後陽子放出, α 崩壊, SF
7. IT : isomeric transition(異性体転移), γ 崩壊
8. SF : spontaneous fission(自発核分裂)

崩壊モードには崩壊の過程で陽子数と中性子数が変わるものと陽子数も中性子数も等しいがエネルギー準位の違う異性体(励起状態)が余剰エネルギーを光子として放出し基底状態へと崩壊するものがある。1~6番と8番の崩壊は前者で7番の崩壊は後者である。

図 3.1 は崩壊の過程で陽子数と中性子数が変わるものをパターン化したもので先にあげた崩壊モードの番号と一致している。複数あるもの便宜上1つ例にとり崩壊の過程での陽子数と中性子数の変化を図式化した。この図に示したように β 安定曲線に近いより安定した原子核に崩壊するか、非常に重い核がより軽い核へと崩壊するかが崩壊の起こる向きである。

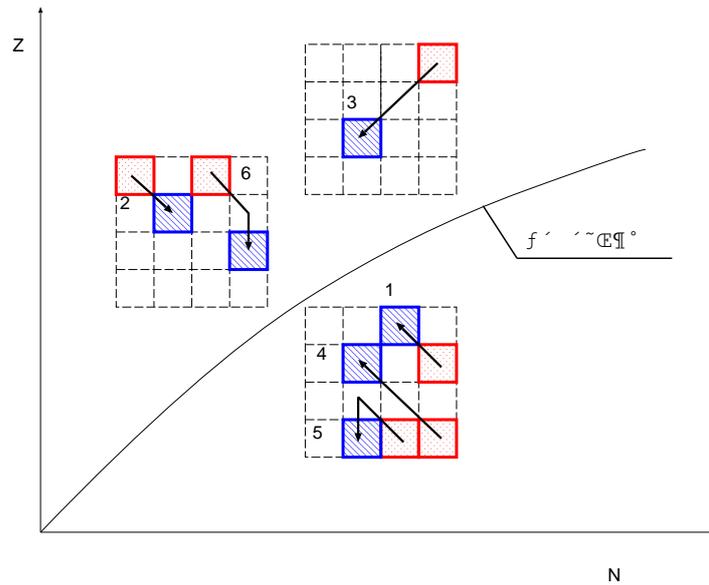


図 3.1: 原子核崩壊のパターン. 横軸は中性子数 N 、縦軸は陽子数 Z である。

1. β^- 崩壊

陰電子と反ニュートリノを放出する崩壊。この過程では、中性子が陽子に壊変するため陽子数が 1 増加し中性子数が 1 減少する。

2. β^+ 崩壊

陽電子とニュートリノを放出する崩壊。この過程では、陽子が中性子に壊変するため中性子数が 1 増加し陽子数が 1 減少する。

2. ϵ (軌道電子捕獲)

陰電子を吸収し、ニュートリノを放出する崩壊。

3. α 崩壊

α 粒子を放出する崩壊。この粒子は 2 個の陽子と 2 個中性子からなる。したがって崩壊の過程で陽子数、中性子数ともに 2 減少する。

4.2 重 β^- 崩壊

2 つの中性子が 2 つの陽子になり、2 つの陰電子と 2 つ反ニュートリノを放出する崩壊。この過程では、陽子数が 2 増加し中性子数が 2 減少する。

5. β^-p

陰電子と反ニュートリノを放出した後さらに陽子を 1 つ放出する崩壊。この過程では、中性子が陽子に壊変しさらに陽子が 1 個放出されるので結果的に中性子数が 1 減少する。

6. ϵp

陽電子とニュートリノを放出した後さらに陽子を 1 つ放出する崩壊。この過程では、陽子が中性子に壊変しさらに陽子が 1 個放出されるので結果的に中性子数が 1 増加し陽子数が 2 減少する。

3.2 データ上での崩壊モードの記述

NUCLEAR WALLET CARDS のデータでの崩壊モードの記述はアルファベットの
大文字で表記されており、数字は崩壊の際放出する粒子の個数を表している。また隣
に”?”がついているものは不確かさである。以下が表記とその説明である。

(空欄) … 安定な核。

B⁻ … β^- 崩壊。

B⁺ … β^+ 崩壊。

A … α 崩壊。

EC … 電子捕獲 (electron capture)。連続して崩壊する場合は E と表記。

P … 陽子放出。

N … 中性子放出。

2B⁻ … 2重 β^- 崩壊。

BB … 2重 β^+ 崩壊。

2A … 2重 α 崩壊。

2EC … 2重電子捕獲 (electron capture)。

2P … 2個の陽子を放出。

2N … 2個の中性子を放出。

BA … β^- 崩壊後 α 崩壊。

BN … β^- 崩壊後中性子放出。

BP … β^- 崩壊後陽子放出。

B3A … β^- 崩壊後 3重 α 崩壊。

B2N … β^- 崩壊後 2個の中性子を放出。

B3N … β^- 崩壊後 3個の中性子を放出。

B4N … β^- 崩壊後 4個の中性子を放出。

BNA … β^- 崩壊後中性子を放出しさらに α 崩壊。

EA … 電子捕獲 (electron capture) 後 α 崩壊。

EP … 電子捕獲 (electron capture) 後陽子放出。

E2P … 電子捕獲 (electron capture) 後 2 個の陽子を放出。

E3P … 電子捕獲 (electron capture) 後 3 個の陽子を放出。

EAP … 電子捕獲 (electron capture) 後 α 崩壊しさらに陽子を放出する。

IT … isomeric transition(異性体転移), γ 崩壊。

SF … spontaneous fission(自発核分裂)。

さらにこれらの崩壊モードの他に質量数の大きな原子核は特定の原子核を放出して崩壊する。放出される原子核を以下に示す。

^{12}C … 炭素 12 の原子核を放出して崩壊。

^{14}C … 炭素 14 の原子核を放出して崩壊。

^{20}O … 酸素 20 の原子核を放出して崩壊。

^{22}Ne … ネオン 22 の原子核を放出して崩壊。

^{24}Ne … ネオン 24 の原子核を放出して崩壊。

^{28}Mg … マグネシウム 28 の原子核を放出して崩壊。

第4章 α 崩壊と β 崩壊の理論

半減期を β 安定曲線からの距離の関数として表す経験式を得るためには、 α 崩壊する原子核と β 崩壊する原子核は別個に考えなくてはならないと述べたが、本章では各崩壊モードの特徴について調べたことを記す。本章の執筆に際しては主として文献[2, 3]を参考にした。

4.1 α 崩壊に関するガイガー・ヌッタルの法則

数多くの α 放射性核について、その半減期と放出 α 粒子のエネルギー E との関係について調べてみると、そこに表れる著しい特徴は、半減期の値が途方もなく広い範囲にわたっていることである。例えば ^{238}U の半減期は ^{212}Po の半減期と比べて約 4×10^{-9} 年/ $3 \times 10^{-7}\text{sec} \approx 10^{15}\text{sec}/10^{-7}\text{sec} = 10^{22}$ 倍大きい。一方対応する α 粒子のエネルギーを比較すると前者は后者の1/2程度に過ぎない。以上の事実を考慮して、GeigerとNuttalは、既知の α 放射性核の半減期($T_{1/2}$)とエネルギー E との関係を半減期の対数 $\ln T_{1/2}$ を使って整理している。その結果 $\ln T_{1/2}$ と E とはおおよそ次のような関係で結ばれていることが分かった。

$$\ln T_{1/2} = \frac{a'}{\sqrt{E}} + b' \quad a'(>0), b' \text{ は } E \text{ によらない定数} \quad (4.1)$$

これを図示したものが図4.1である。多数の α 放射性核の半減期($T_{1/2}$)とエネルギー E の実測値が直線(5.1)の近傍に分布していることが分かる。さらに原子番号 Z による効果まで考慮して再整理すると、半減期($T_{1/2}$)とエネルギー E の関係は

$$\ln T_{1/2} = a \frac{Z}{\sqrt{E}} + b \quad a(>0), b \text{ は } E \text{ によらない定数} \quad (4.2)$$

という実験式によってよりよく表現されることがわかる。半減期($T_{1/2}$)とエネルギー E との間に成立する実験式(5.1)あるいは式(5.2)を、ガイガー・ヌッタルの法則(1911年)という。

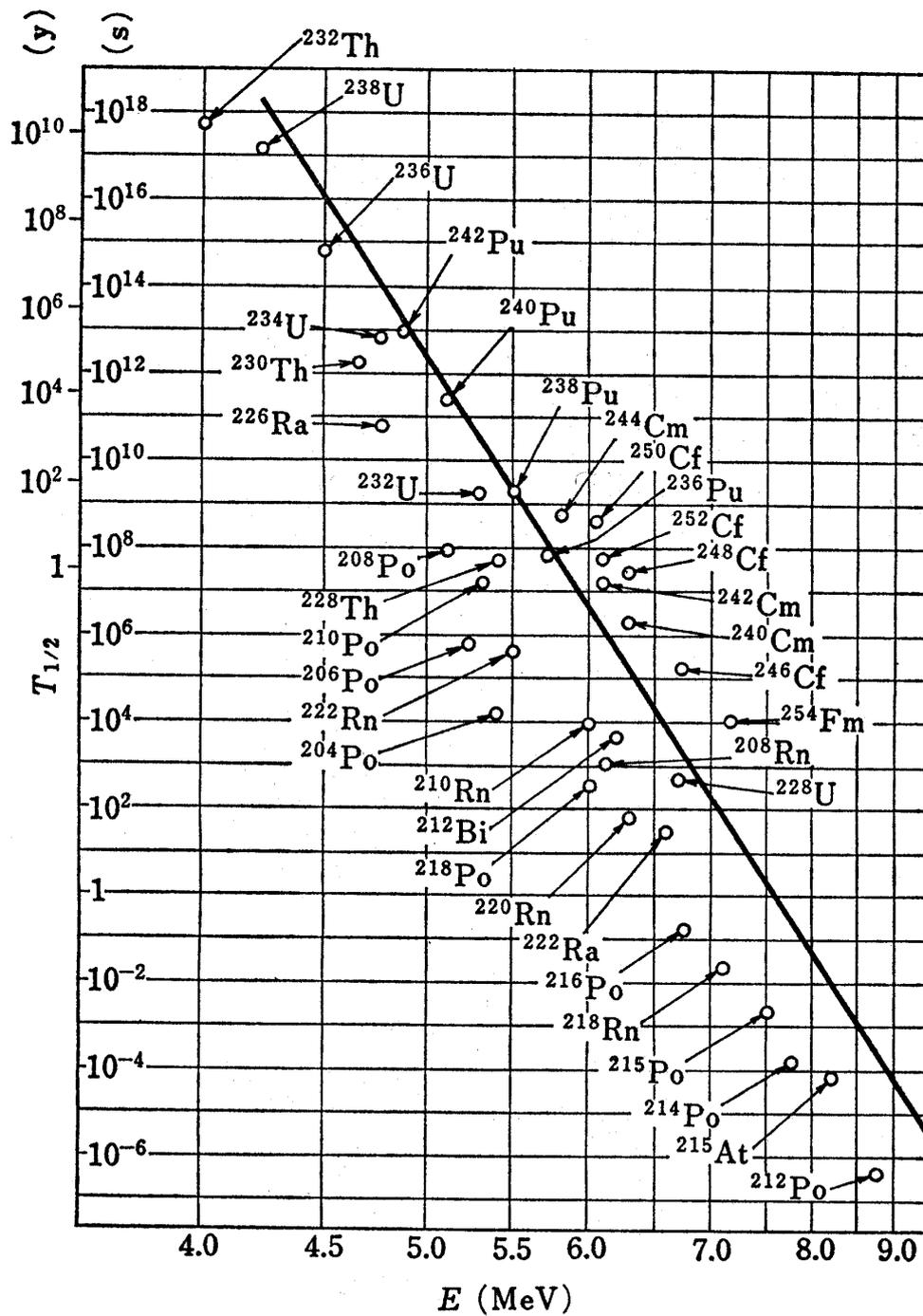


図 4.1: α 放射性原子核の半減期と放出される α 粒子のエネルギー E の関係 (文献 [3] の p.76 に掲載された図 2.2 を転載)

4.2 β 崩壊と ft 値

文献 [2, 3] で説明されている記号を用いると β 崩壊の半減期 t は次のように書ける。

$$\frac{\ln 2}{t} = \frac{g^2 m_0^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |M|^2 f(Z, \eta_0)$$

この式から、積 ft (いわゆる ft 値) は

$$\begin{aligned} ft &= \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{g^2 m_0^5 c^4} \frac{1}{|M|^2} \\ &= \frac{\text{const}}{|M|^2} \end{aligned}$$

となり、核行列要素の大きさ $|M|$ のみによって定まる量となる。 t を秒で計ると β 放射核の $\log ft$ は 3 ~ 22 の程度に分布することが知られている。 $\log ft \sim 3.5$ のところで分布に鋭いピークがあり、これを超許容転移と呼ぶ。例えば、 $^{17}\text{F} - \beta^+ - ^{17}\text{O}$ のような鏡像核転移は、すべてこれに属する。これは β 崩壊前後の核の波動関数の重なりが極めてよく、 $|M|$ が大きな値になることを意味している。許容転移に属する崩壊は、ほぼ $\log ft \approx 4 \sim 6$ の範囲に収まる。禁止転移では禁止の度合いが高いほど $\log ft$ の値は大きくなる。

なお、原子核物理の計算では、物理量を表す単位としてエネルギーの単位 MeV と長さの単位 fm を用いることが多い。付録に MeV と fm の単位系で表した種々の物理定数の値の計算結果を記しておく。

第5章 β 安定曲線

β 崩壊をしない核種の中性子数 N_β と陽子数 Z_β の組み合わせは以下の式で求めることができる。

$$D = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{A^{\frac{2}{3}} + \frac{4a_{\text{sym}}}{a_c}}, \quad \frac{4a_{\text{sym}}}{a_c} \approx 130$$

$$A = N_\beta + Z_\beta, \quad D = N_\beta - Z_\beta$$

この式の導出方法および諸変数の定義は文献 [2] を参照されたい。

このようにして決められた N_β と Z_β を通る曲線を β 安定曲線と言う。

この曲線の左上 (陽子過剰側) の原子核は β^+ 崩壊 (軌道電子捕獲を含む) をして陽子のひとつが中性子に壊変することで陽子数を一つ減らす。曲線の右下 (中性子過剰側) の原子核は β^- 崩壊をして中性子のひとつが陽子に壊変することで陽子数を増やし、それより安定な核になる。図 5.1 は安定核の分布図に β 安定曲線を加えたものである。この図から β 安定曲線上の原子核またはその付近の原子核が安定であることが分かる。

5.1 半減期の分布

図 5.2 は横軸を中性子数、縦軸を陽子数とする核図表平面上にデータ [1] の半減期 (sec) を常用対数で表し色別に分け、その分布を表したものである。 β 安定曲線の上に安定核があることを考えると β 安定曲線から離れれば離れるほど半減期が短くなっていることが分かる。こういった傾向が見られたのでまず半減期と β 安定曲線からの距離との関係を調べることにした。

さらに原子核の質量数に注目してみると質量数の小さいものは安定核からの距離が少し離れただけで半減期は急激に短くなっているのに対し、質量数の割と大きな原子核はそういった傾向が緩やかになっていることが見てとれる。

また安定核を 2 分するような半減期の短い原子核が存在している。これは α 崩壊する原子核である。したがって今回半減期と β 安定曲線からの距離との関係から経験式を得る上で α 崩壊する原子核と β 崩壊する原子核は別個に考えなくてはならない。

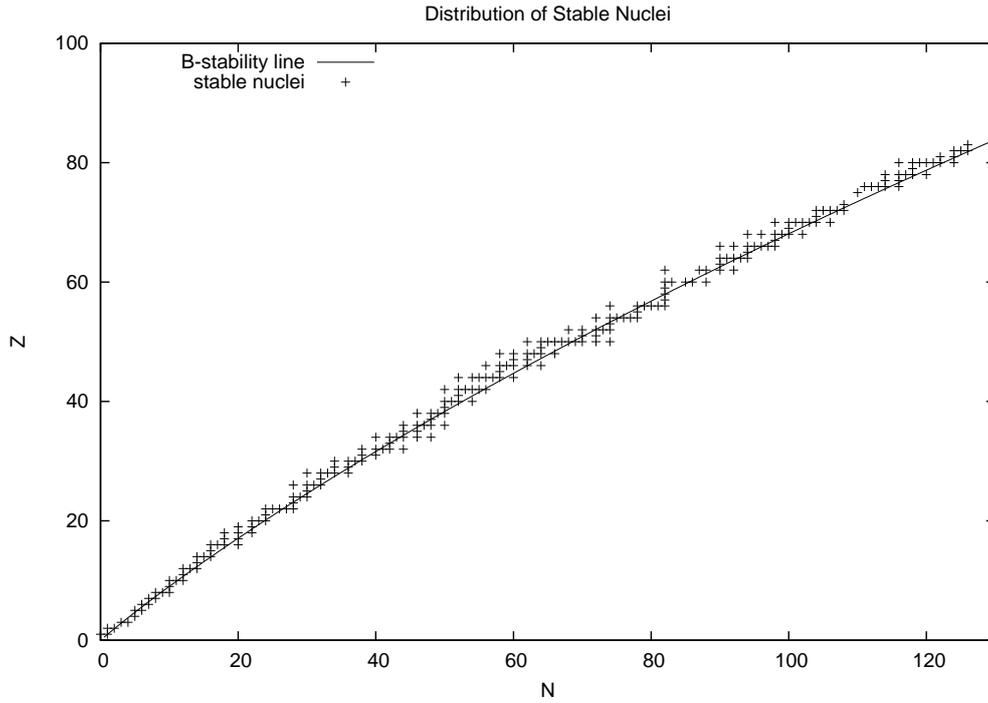


図 5.1: 安定核分布図と β 安定曲線

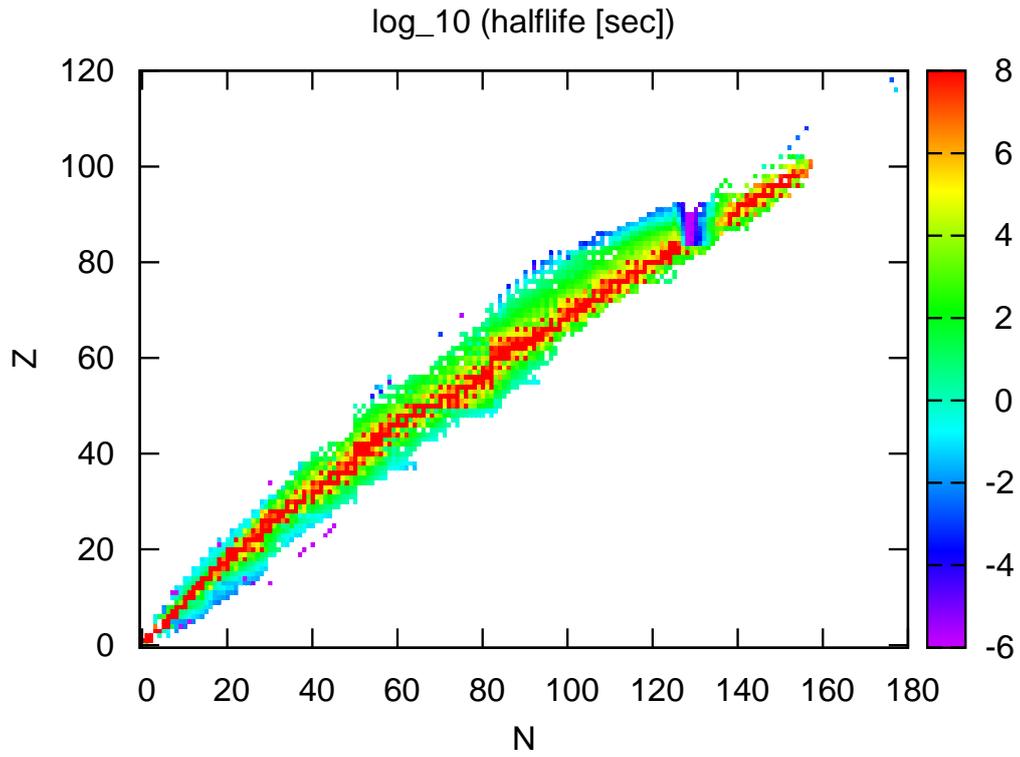


図 5.2: 半減期の分布図

5.2 β 安定曲線からの距離

より正確な経験式を得るために本研究では β 安定曲線からの距離 (ここでは d_A と d_N する。) の取り方を図 5.3 と図 5.4 に示した 2 種類の方法で定義した。

(1) 図 5.3 の方法では核の座標を N, Z と取った場合傾きがちょうど 45 度の直線上に、質量数の同じ核が並ぶ。この線と β 安定曲線との交点を N_β, Z_β とすると N_β と N との差の $\sqrt{2}$ 倍を β 安定曲線からの距離であると定義する。

$$d_A = |N - N_\beta| \sqrt{2} \quad (5.1)$$

(2) 図 5.4 の方法では β 安定曲線上の点 (N'_β, Z'_β) での接線と (N, Z) と (N_β, Z_β) を通る直線が直交するという条件で N'_β, Z'_β を決め、 (N, Z) から (N'_β, Z'_β) までの距離を β 安定曲線からの距離であると定義する。

$$d_N = \sqrt{(N - N'_\beta)^2 + (Z - Z'_\beta)^2} \quad (5.2)$$

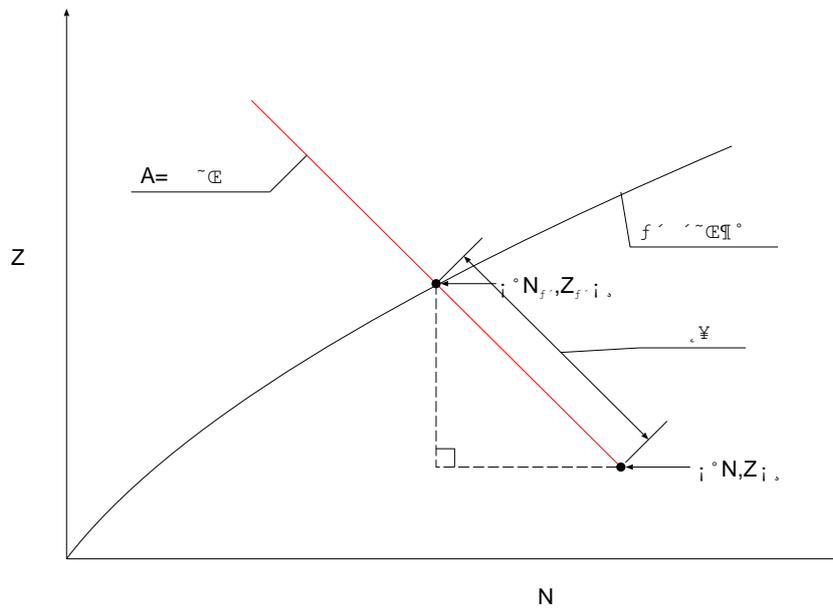


図 5.3: β 安定曲線からの距離 (1): d_A の定義.

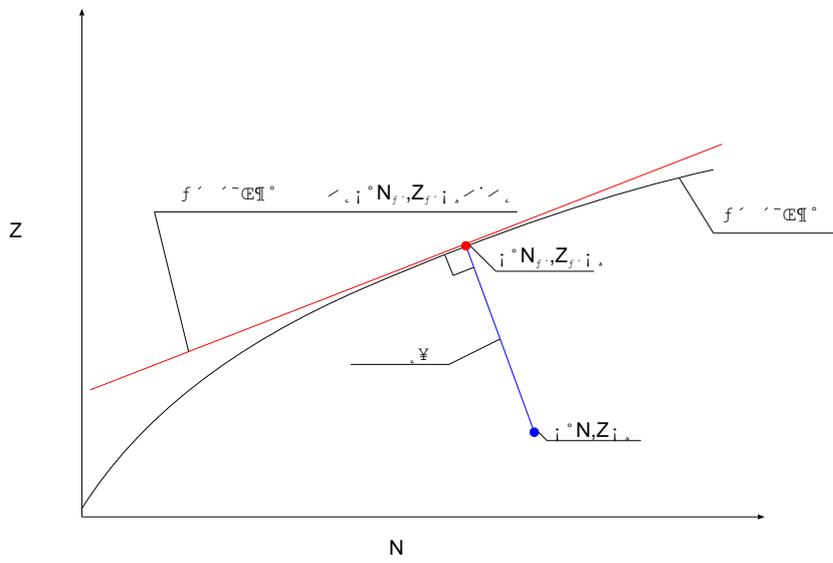


図 5.4: β 安定曲線からの距離 (2): d_N の定義.

5.3 半減期と β 安定曲線からの距離の関係

本研究では β 安定曲線からの距離の取り方を 2 種類定め、さらにその距離を質量数 A で割ったものについても半減期とどのような関係性が見られるか解析した。

図 5.5 ~ 5.8 は、横軸をそれぞれ d_A , d_N , d_A/A , d_N/A として半減期を対数尺でプロットしたものである。赤い十字シンボルは 崩壊核の半減期を、青い X シンボルは 崩壊核の半減期である。

これらのデータ点に、横軸を d として

$$\log T_{1/2} = c_0 + c_1 d^p$$

という単純な形の関数を最小 2 乗法でフィットした結果を以下に表で示す。 崩壊核と崩壊核は別個にフィットしている。

・ α 崩壊核

d	p	c_0	c_1	平均 2 乗誤差
d_A	0.79	7.67	-1.37	5.218
d_A/A	0.56	8.10	-45.08	5.334
d_N	0.78	7.68	-1.45	5.222
d_N/A	0.55	8.13	-45.01	5.340

アルファ崩壊する核に関しては、 d_A の 0.79 乗に比例させた場合がもっとも平均 2 乗誤差が小さい。平均して 5.2 桁ものずれがある。

・ β 崩壊核

d	p	c_0	c_1	平均 2 乗誤差
d_A	0.36	8.51	-3.66	2.542
d_A/A	0.42	7.81	-20.30	2.300
d_N	0.38	8.34	-3.50	2.530
d_N/A	0.41	7.85	-20.03	2.305

ベータ崩壊する核に関しては、 d_A/A の 0.42 乗に比例させた場合がもっとも平均 2 乗誤差が小さい。ずれは平均して 2.3 桁であり、アルファ崩壊する核より約 3 桁小さい。

。

図 5.9 は 崩壊核の半減期へのベストフィットの結果であり、図 5.10 は 崩壊核の半減期へのベストフィットの結果である。

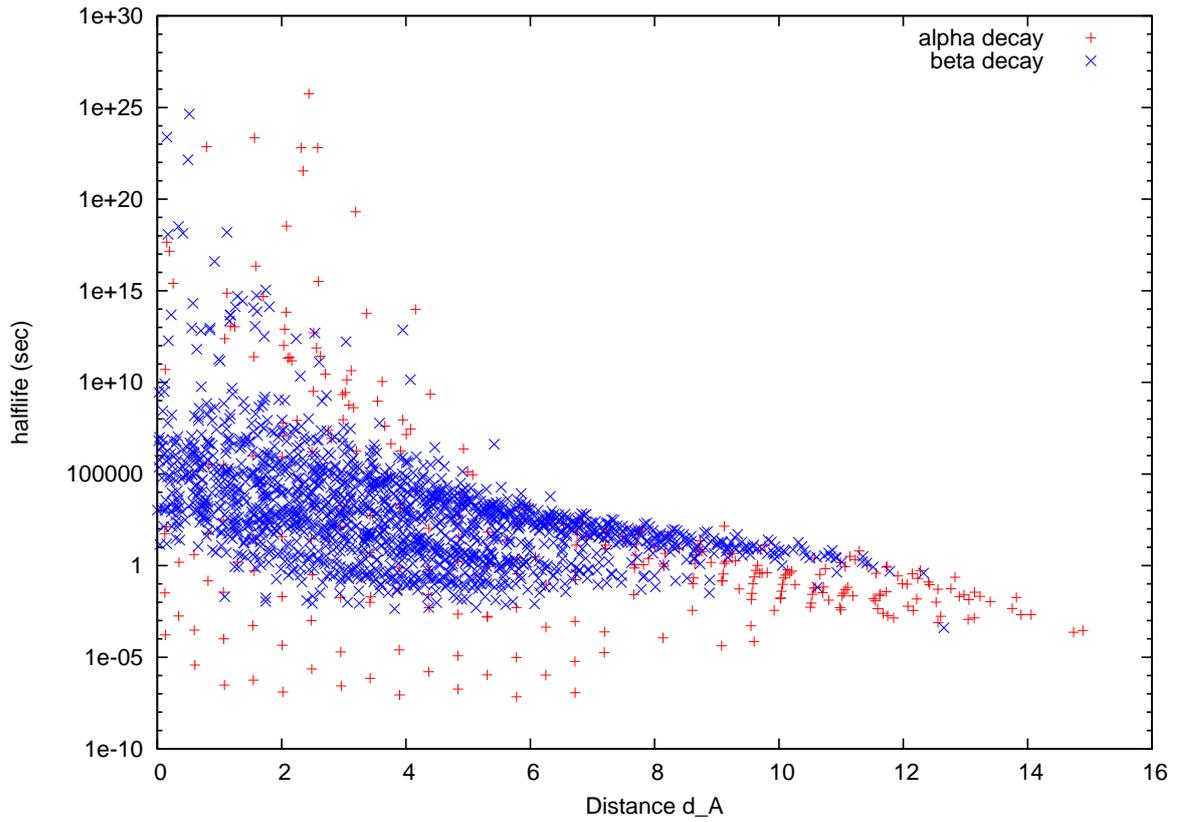


図 5.5: β 安定曲線からの距離 d_A に対してプロットした半減期

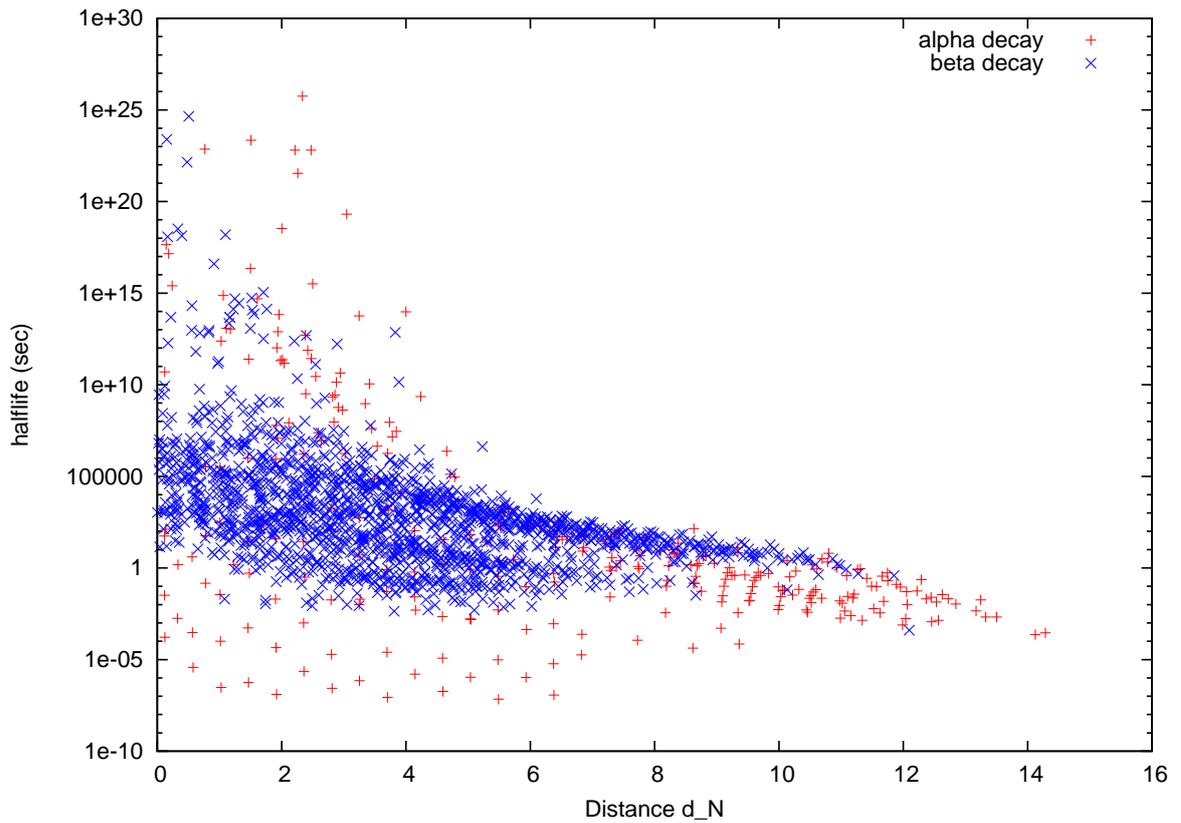


図 5.6: β 安定曲線からの距離 d_N に対してプロットした半減期

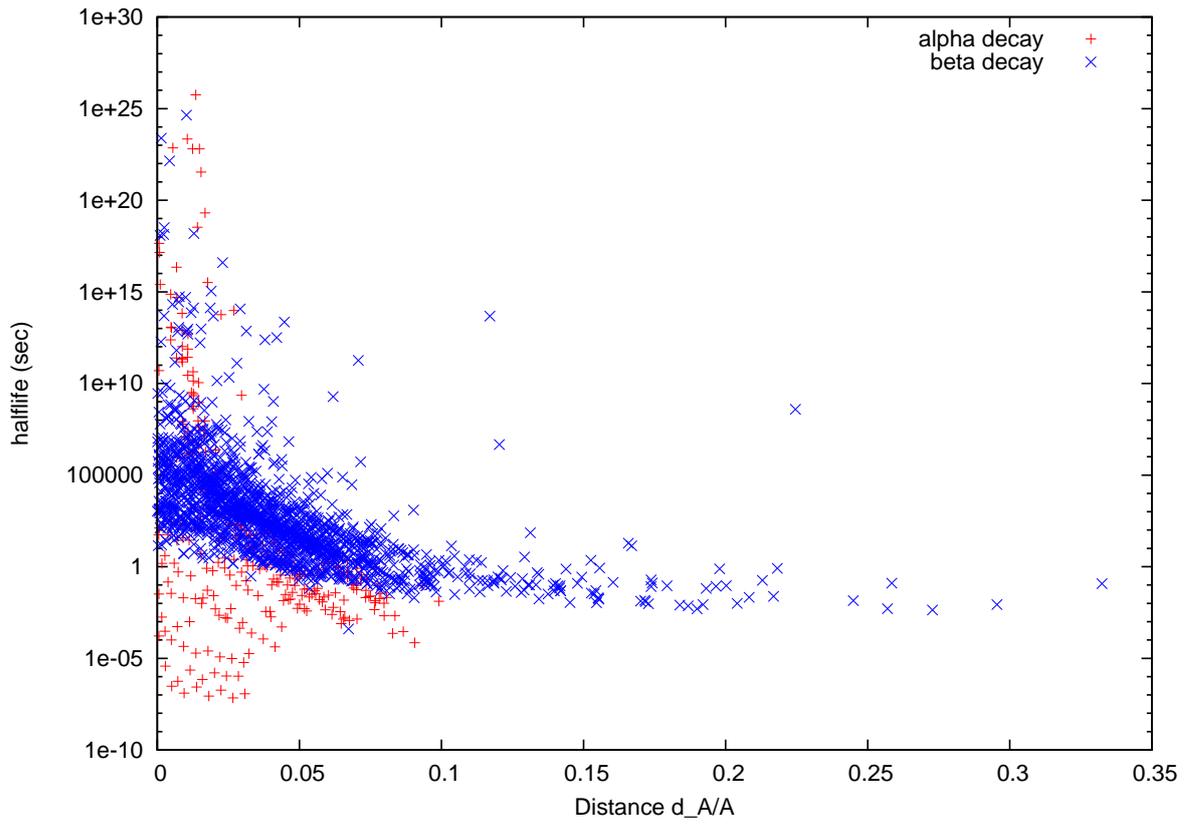


図 5.7: β 安定曲線からの距離 d_A/A に対してプロットした半減期

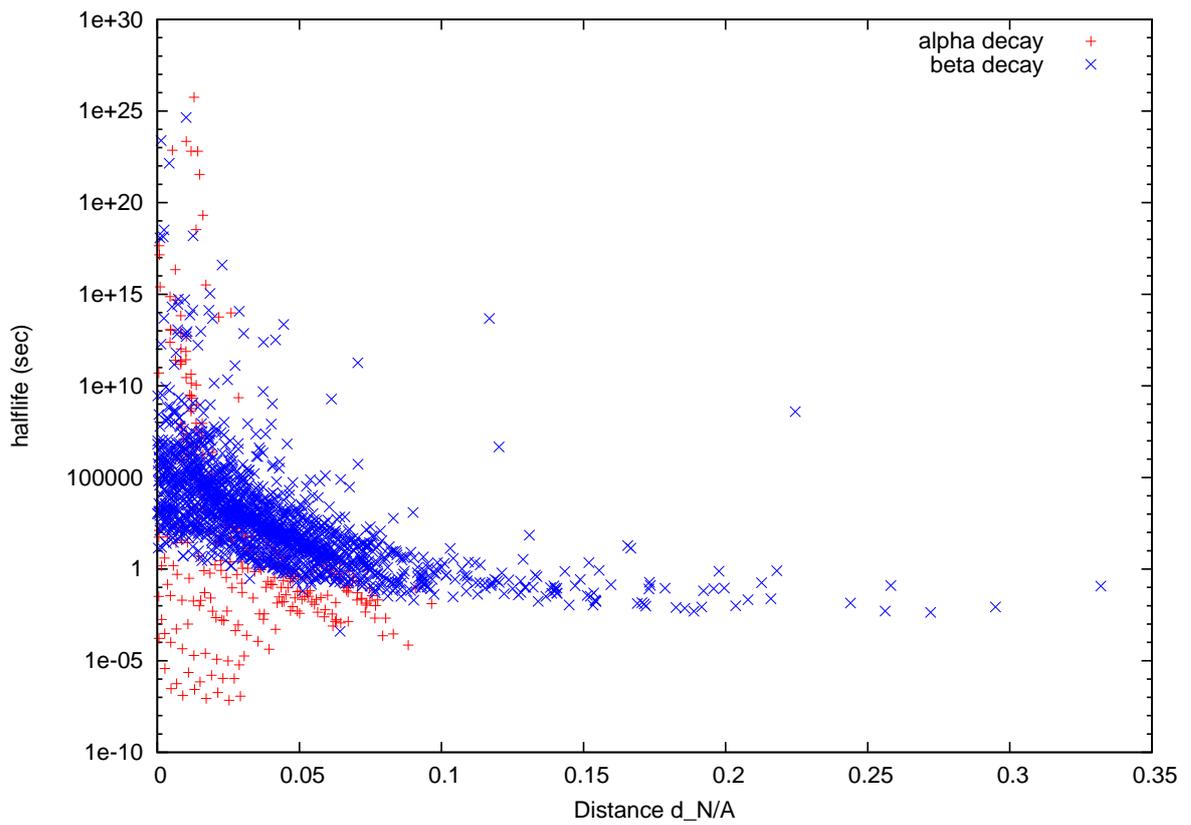


図 5.8: β 安定曲線からの距離 d_N/A に対してプロットした半減期

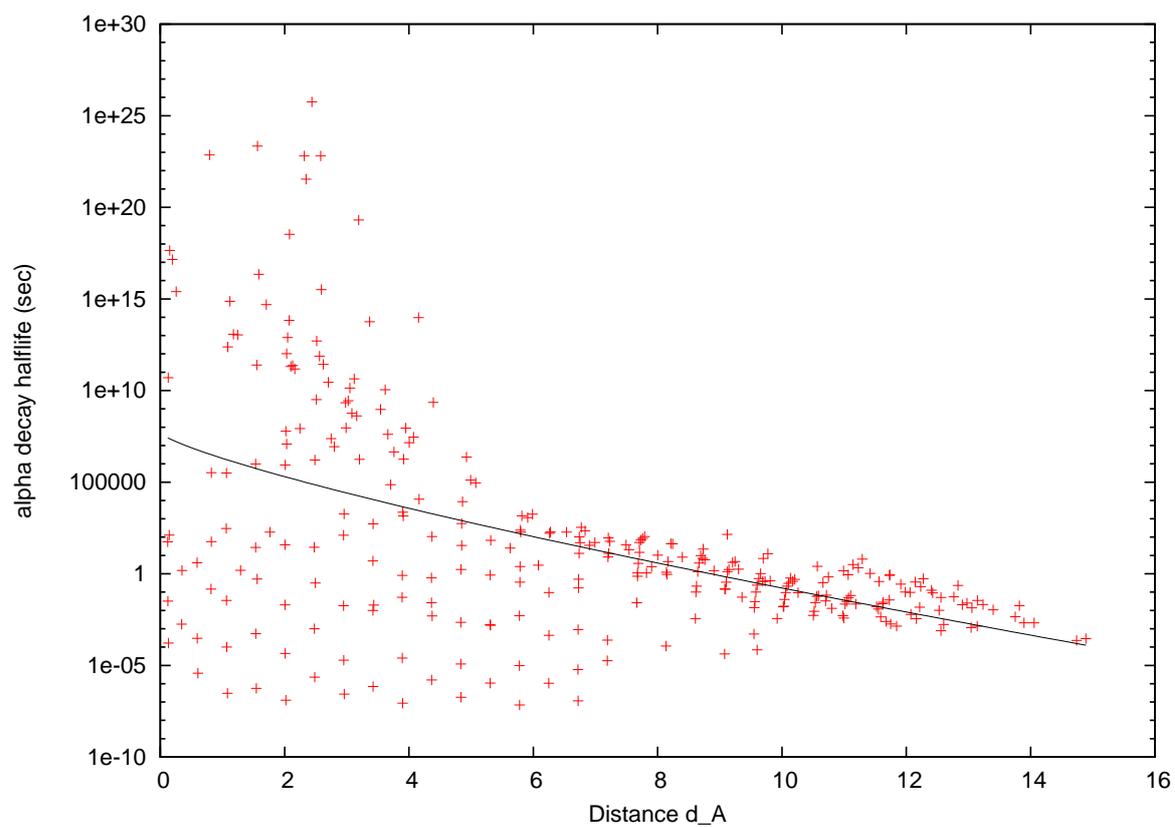


図 5.9: β 安定曲線からの距離 d_A に対してプロットした α 崩壊核の半減期. 黒色の実線はベストフィット曲線

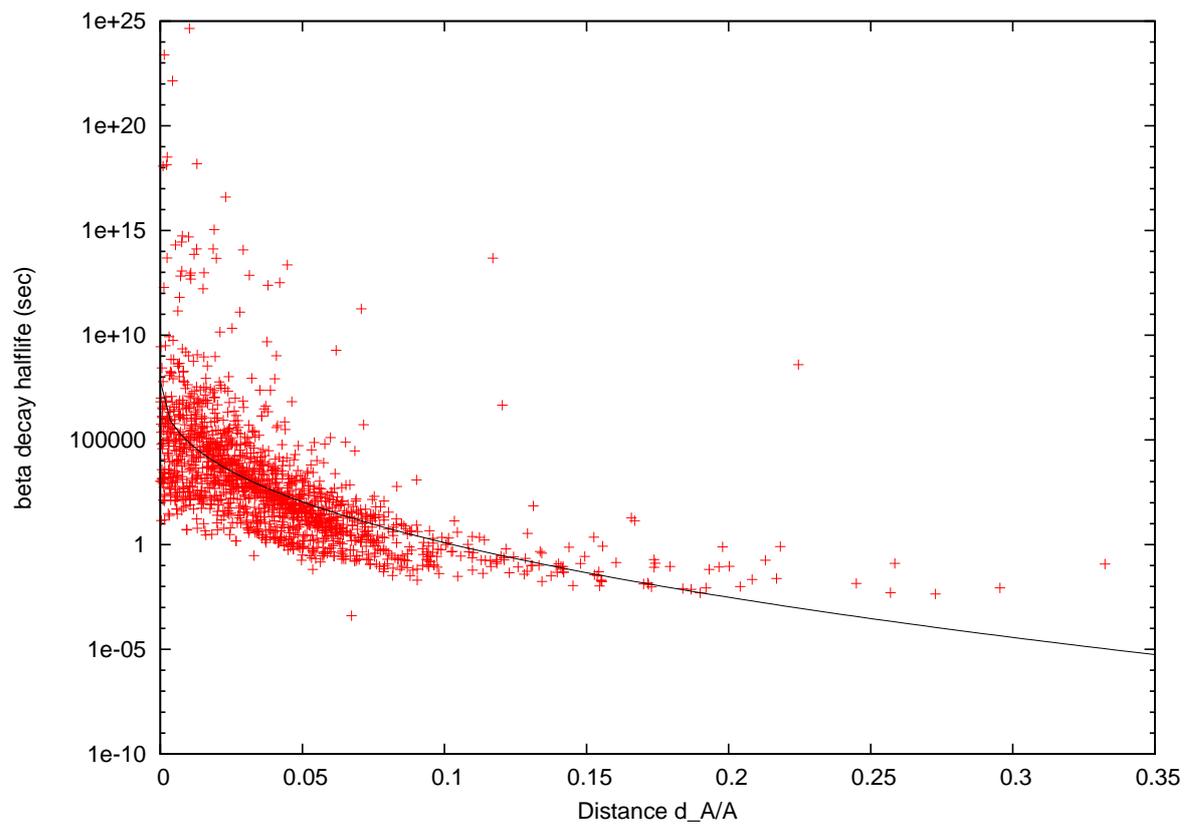


図 5.10: β 安定曲線からの距離 d_A/A に対してプロットした β 崩壊核の半減期. 黒色の実線はベストフィット曲線

第6章 結論

6.1 まとめ

本研究では原子核の質量と半減期の評価値を NUCLEAR WALLET CARDS のデータファイルを入手し、これを解釈して読み込む perl スクリプトを作成した。このデータから読み込んだ半減期の対数値を $N-Z$ 平面上にグラフ表示して分かったことは、第一に、主たる崩壊モードが α 崩壊である核と β 崩壊 (軌道電子捕獲を含む) である核とでは、挙動が明白に異なることであり、この事実から、 α 崩壊と β 崩壊を別個にフィットすべきであることが結論された。第二に、 β 崩壊の半減期は β 安定線からの距離とともに減少することが分かり、これにより、経験式の変数として $N-Z$ 平面上における β 安定線からの距離 d がふさわしいことが分かった。本研究では距離 d として、(β 崩壊の進行する経路である) 質量数 A が一定の直線に沿っての距離 d_A 、および、 β 安定線へ下ろした垂線 (Normal) の長さ d_N の 2 種類を試した。また、これらの距離を質量数 A で割ったものも変数として試した。なお、 β 安定線の方程式は、Bethe-Weiszäcker の質量公式から導いた。

フィッティング結果の要点は以下の通りである。 c_0, c_1, p を定数として半減期 (秒) の常用対数値が

$$\log_{10} T_{1/2} = c_0 + c_1 d^p$$

で近似できるとして、最小 2 乗法で 3 定数の値を決定すると、 α 崩壊する核 (296 核種) については、 d として d_A を用いた場合に、 $c_0 = 7.67, c_1 = -1.3688, p = 0.79$ を得た。平均 2 乗誤差は 5.22 であり、これは実験値から平均 5 桁もずれることを意味するが、その主因は α 粒子がクーロン障壁を量子力学的にトンネリングする確率が核の微細な個性に大きく影響されることであろう。実際、 Q 値の情報を使用する Geiger-Nuttal の経験式でさえも、およそ数桁のずれがある。他の要因として α 崩壊を扱う際に変数として β 安定線からの距離を使うことが不適切であるという可能性もある。

β 崩壊する核 (β^- 崩壊する 838 核種および軌道電子捕獲する 755 核) については、 d として d_A/A を用いた場合に、 $c_0 = 7.81, c_1 = -20.295, p = 0.42$ を得た。平均 2 乗誤差は 2.30 であり、 α 崩壊よりは小さいものの、実験から平均 2 桁以上ずれている。ただし、 β 崩壊の半減期に Q 値の情報を加えて得られる $\log ft$ 値でさえも、超許容遷移と許容遷移に限っても 3 桁のばらつきがあるので、その半分の 1.5 桁と比較して、本経験式の 2.3 桁は著しくは劣っていないと言える。

参考文献

- [1] J.K. Tuli, NUCLAR WALLET CARDS, <http://www.nndc.bnl.gov/wallet/> (2005).
- [2] 八木浩輔 「原子核物理学」朝倉書店 (1971).
- [3] 八木浩輔 「原子核と放射」朝倉書店 (1980).
- [4] ジョン・R・ラマーシュ = 著 「原子炉初等理論(上)」吉岡書店 (1974) 武田充司 + 仁科浩二郎 = 訳
- [5] ジョン・R・ラマーシュ + アンソニー・J・バラッタ = 著 澤田哲夫 = 訳
「原子核工学入門(上)」PEARSON Education Japan(1975)
- [6] 安成弘・若林宏明 「基礎原子力工学」電気学会 (1982)

謝辞

本論文を作成するにあたり、田嶋直樹先生には終始丁寧なご指導をしていただいたことに感謝し、お礼申し上げます。また鈴木敏男先生、林明久先生にも本研究及び日常的事務において、実に丁寧な指導、お世話をしていただきました。

本研究に対してご意見をいただいた、多くの理工学部の先生方にもお礼申し上げ、謝辞の言葉とさせていただきます。

付録

MeV および fm の単位で表した物理定数

SI 単位系 (国際単位系) でのいくつかの物理定数の値を下記に記す。

$$\hbar = 1.054571596(82) \times 10^{-34} [\text{J s}] \quad (6.1)$$

$$c = 2.99792458 \times 10^8 [\text{m s}^{-1}] \quad (6.2)$$

$$e = 1.602176462(63) \times 10^{-19} [\text{C}] \quad (6.3)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [\text{N A}^{-2}] \quad (6.4)$$

$$\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2 [\text{F m}^{-1}] \quad (6.5)$$

エネルギー単位の eV (電子ボルト) の定義は e[C] の電荷が 1[V] の電位差から得る運動エネルギーであるから

$$1[\text{eV}] = 1.602 \times 10^{-19} [\text{C}] \times 1[\text{V}] \quad (6.6)$$

が成り立つ。[C][V]=[J] なので

$$1[\text{eV}] = 1.602 \times 10^{-19} [\text{J}] \quad (6.7)$$

が成立し、従って

$$\frac{1[\text{eV}]}{1.602 \times 10^{-19} [\text{J}]} = 1[\text{無次元数}] \quad (6.8)$$

となる。

これらの値を使って、MeV および fm を単位とする場合の $\hbar c$ および $e^2/4\pi\epsilon_0$ の値を以下で求める。計算過程は有効数字 4 桁で示すが、最終的な結果の値は数字を丸めることなく計算して得たものである。

(1) $\hbar c$ の値

$$\begin{aligned} \hbar c &= 1.054 \times 10^{-34} [\text{J s}] \times \frac{1[\text{eV}]}{1.602 \times 10^{-19} [\text{J}]} \\ &= 6.580 \times 10^{-16} [\text{eV s}] \\ &= 6.580 \times 10^{-22} [\text{MeV s}] \end{aligned}$$

$$\hbar = 6.58211889(26) \times 10^{-22} [\text{MeV s}] \quad (6.9)$$

$$\begin{aligned} \hbar c &= 6.58 \times 10^{-22} [\text{MeV s}] \times 3.00 \times 10^8 [\text{m s}^{-1}] \\ &= 19.74 \times 10^{-14} [\text{MeV m}] \\ &= 197.4 [\text{MeV fm}] \end{aligned}$$

$$\hbar c = 197.3269601 [\text{MeV fm}] \quad (6.10)$$

(2) $e^2/4\pi\epsilon_0$ の値
(6.5) 式により

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \frac{\mu_0 c^2 e^2}{4\pi} \quad (6.11)$$

が成り立つ。

$$\begin{aligned} \frac{\mu_0 c^2 e^2}{4\pi} &= \frac{4\pi \times 10^{-7} [\text{N A}^{-2}] \times (3.00 \times 10^8 [\text{m s}^{-1}])^2 \times (1.60 \times 10^{-19} [\text{C}])^2}{4\pi} \times \frac{1 [\text{eV}]}{1.60 \times 10^{-19} [\text{J}]} \\ &= 14.40 \times 10^{-10} [\text{eV m}] \\ &= 1.44 [\text{MeV fm}] \end{aligned}$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1.439964392 [\text{MeV fm}] \quad (6.12)$$

(3) 微細構造定数 $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$ の値

$$\begin{aligned} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} [\text{MeV fm}] \times \frac{1}{\hbar c [\text{MeV fm}]} \\ &= 1.44 [\text{MeV fm}] \times \frac{1}{197.4 [\text{MeV fm}]} \\ &= \frac{1}{137.1} [\text{無次元数}] \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137.061551} [\text{無次元数}] \quad (6.13)$$

自作 perl スクリプト

```
#!/usr/bin/perl
# decaylife1.pl
#       This script reads halflife, decay mode, branching ratio, and mass
#       excess from wallet.0905. The decay modes having the largest branching
#       ratio mode are selected to be shown.
#       last modified on 2010/2/8
#       created on 2010/1/12

#open(FI,"../wallet.0905");
open(FI,"./wallet.0905");

$line=0;
while(<FI>){
    $line++;

# Corrections to improve the consistency of expressions in the input data
#   if($line == 8){print; s/ 2N\? / 2N ? /; print;}
#   if($line == 8){           s/ 2N\? / 2N ? /;           }
#   if($line == 4937){print; s/ 14C \*\*\*\*\*\* / 14C   0.00 /; print;}
#   if($line == 4937){           s/ 14C \*\*\*\*\*\* / 14C   0.00 /;           }
#   if($line == 592 || $line == 1638){print; s/  BB / 2B- /; print;}
#   if($line == 592 || $line == 1638){           s/  BB / 2B- /;           }

if(/^( [F!]? )\s*([0-9]+)( [M?AB]? )\s+(\d+)\s+(\[^s]+\)\s+(\[^s]+\)\s+.\s+/){
    $Nlast=$N; $Zlast=$Z;
    $unused1=$1; #F!
    $A=$2; #A
    $isomer=$3; # M
    $Z=$4; #Z
    $element=$5; #H, He,...
    $unused2=$6; #Q,W
    $N=$A-$Z;
#   if($N eq $Nlast && $Z eq $Zlast){next;}
#   Do not use the previous line because the largest branching ratio decay
#   does not always appear in the first line among the date lines for each
#   nucleus.
    $halflife_str=substr $_,62,17;
    if(! $halflife_str =~ /^ +.* +$/){
        print "halflife extraction error\n","[",$halflife_str,"]\n",$_; exit(1);
    }
    $systematics=substr $_,114,1;
    $masx_str=substr $_,95,12;
    if(! $masx_str =~ /^ +.* +$/){
        print "mass excess extraction error\n","[",$masx_str,"]\n",$_; exit(1);
    }
    $decaymode=substr($_,30,4);
    $branch_str=substr($_,35,7);
```

```

if($isomer ne ""){next;}
if($systematics ne " "){next;}

$decaymode =~ s/^ *([^\s]*)$/1/;
$decaymode =~ s/^(.*[^\s]) *$/1/;
$decaymode =~ s/^ *$//;
# print "[", $decaymode, "]\n";

$branch=$branch_str+0.0;
# printf "[%s] %25.21f\n", $branch_str, $branch;
if(! exists $branch{$N}{$Z}){
    $branch{$N}{$Z}=$branch;
    $decaymode{$N}{$Z}=$decaymode;
}
else {
    if($branch > $branch{$N}{$Z}){
        $branch{$N}{$Z}=$branch;
        $decaymode{$N}{$Z}=$decaymode;
    }
}

if(! exists $halflife{$N}{$Z}){
$halflife_str =~ s/^\s*(|[^\s]|[^\s]*[^\s])\s*$/1/;
$halflife=-1.0;
if($halflife_str =~ /stable/i){$halflife=1.0E+99;}
elsif($halflife_str =~ /MEV|KEV|EV/i){$halflife=-1.0;}
elsif($halflife_str =~ / (GT|LT|GE|LE|AP)/){$halflife=-1.0;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+\s+AS(\s|$)/i){$halflife=$1*1.0E-18;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+\s+FS(\s|$)/i){$halflife=$1*1.0E-15;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+\s+PS(\s|$)/i){$halflife=$1*1.0E-12;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+\s+NS(\s|$)/i){$halflife=$1*1.0E-9;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+\s+US(\s|$)/i){$halflife=$1*1.0E-6;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+\s+MS(\s|$)/i){$halflife=$1*1.0E-3;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+(|[E] [+]?d+)\s+S(\s|$)/i){$halflife=$1;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+\s+M(\s|$)/i){$halflife=$1*60;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+\s+H(\s|$)/i){$halflife=$1*3600;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+\s+D(\s|$)/i){$halflife=$1*86400;}
elsif($halflife_str =~ /^[^\d.]+(|[E] [+]?d+)\s+Y(\s|$)/i)
    {$halflife=$1*86400*365.25;}
if($halflife < 0){next;} # removes nuclei whose halflife is not tabulated.
if($halflife < 1.0e-20 ){next;} # removes nuclei with decay width > 100 keV
$halflife{$N}{$Z}=$halflife;
}

if(! exists $masx{$N}{$Z}){
$masx = $masx_str +0.0;
# parameters taken from 2003 Atomic Mass Evaluation
$U=931.4940090e+00; # [MeV] atomic mass unit
$HMASS=938.7829795e+00; # [MeV] hydrogen atom mass

```

```

$ANMASS=939.5653261e+00; # [MeV] neutron mass
# calculated from HMASS-U=7.28897050e+00, ANMASS-U=8.07131710e+00
$AEL=1.433e-05; $POWER=2.39e+00;
$mnb=$masx-$Z*($HMASS-$U)-$N*($ANMASS-$U)+$AEL*($Z**$POWER-$Z);
$masx{$N}{$Z}=$masx;
$mnb{$N}{$Z}=$mnb; # minus nuclear binding energy [MeV]
}
}
else {
# print;
}
}
close(FI);

#exit(1);

for($Z=0;$Z<=126;$Z++){
for($N=0;$N<=200;$N++){
if(! exists $halflife{$N}{$Z}) {next;}
if(! exists $masx{$N}{$Z}) {next;}
if(! exists $branch{$N}{$Z}) {next;}
if(! exists $decaymode{$N}{$Z}) {next;}
if($decaymode{$N}{$Z} eq ""){
$decaymode="stable";
}
else{
$decaymode=$decaymode{$N}{$Z};
}
if($decaymode eq A){
&dista; $da=$dist;
&distp; $dp=$dist;
printf "%5d %5d %12.6f %12.6f %15.5e",$N,$Z,$da,$dp,$halflife{$N}{$Z};
# printf "%3d %3d",$N,$Z;
# printf " %15.5e",$halflife{$N}{$Z};
# printf " %10.3e",$branch{$N}{$Z}; # NB: "0%" means ">0%"
printf " %6s",$decaymode;
# printf " %12.6f %14.6f %11.6f",$masx{$N}{$Z},$mnb{$N}{$Z},$mnb{$N}{$Z}/($N+$Z);
print "\n";}
}
}

sub distp { # perpendicular distance from the beta stability line = d_N in the text
# input $N, $Z
# output $dist, $Nb, $Zb
my $Ahi=($N+$Z)*1.5;
my $Alo=0.01;
while($Ahi - $Alo > 1.0e-6){
my $A=($Ahi+$Alo)*0.5;
my $D = $A**(5.0/3.0)/($A**(2.0/3.0)+130);
my $dD = (5/3)*$A**(2.0/3.0)/($A**(2.0/3.0)+130)-(2/3*$A**(4.0/3.0))
}
}

```

```

                                                                    /(( $A^{2.0/3.0}+130$ )*( $A^{2.0/3.0}+130$ ));
$Nb = ( $A+D$ )/2;
my $dNb = 1/2+(1/2*$dD);
$Zb = ( $A-D$ )/2;
my $dZb = 1/2-(1/2*$dD);
my $dN= $N-Nb$ ;
my $dZ= $Z-Zb$ ;
my $C=$dNb*$dN+$dZb*$dZ;
if( $C<0$ ){
    $Ahi= $A$ ;
}
else{
    $Alo= $A$ ;
}
}
$dist=sqrt(( $N-Nb$ )**2+( $Z-Zb$ )**2);
} # end of sub distp

sub dista { # distance from the beta stability line along the constant A line
    # = d_A in the text
# input $N, $Z
# output $dist, $Nb, $Zb
my $A= $N+Z$ ;
my $D =  $A^{(5.0/3.0)}/(A^{(2.0/3.0)}+130)$ ;
$Nb = ( $A+D$ )/2;
$Zb = ( $A-D$ )/2;
$dist=sqrt(( $N-Nb$ )**2+( $Z-Zb$ )**2);
} # end of sub dista

```