

保存系での剛体の回転直立現象

工学部 物理工学科

02380096 加藤友直

目次

1 研究の概要

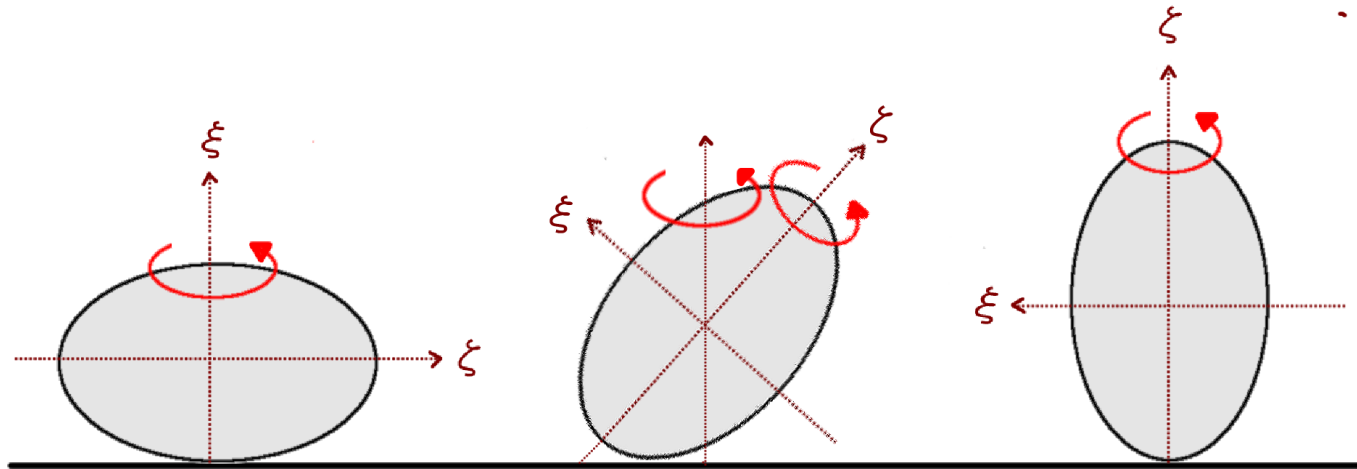
- 回転直立現象とは
- 研究の歴史
- Moffatt, 下村理論の問題点
- 剛体の形状
- 剛体のエネルギー
- 初期条件
- 摩擦力の効果を調べる

2 研究結果

3 結論

回転直立現象とは

ゆで卵を勢いよく回すと立った状態になる



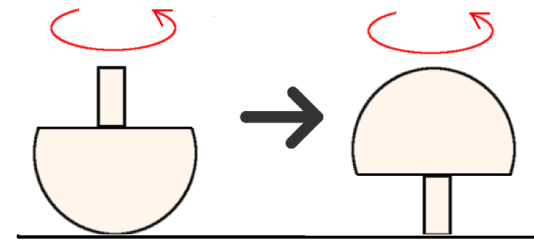
卵： ζ が対称軸となる

碁石： ξ が対称軸となる

回転直立：戸田盛和：「回転する卵はなぜ直立する」 科学(岩波書店),72,932-939(2002)のタイトルから我々がつくった造語である

研究の歴史

- 逆立ちごまの厳密解
(1952年: Braams, Hugenholtz)



- 任意の軸対称な形の剛体の近似解 (2002年: Moffatt, 下村裕)
- 数値シミュレーション法の開発 (2003年度 卒業研究: 村井)
- 数値シミュレーション法の改良と計算結果の考察 (2004年度 卒業研究: 大森)
- 様々な形状で普遍的に直立することを示した (本年度 卒業研究: 木澤)

Moffatt, 下村理論

- ジャイロスコーピック近似

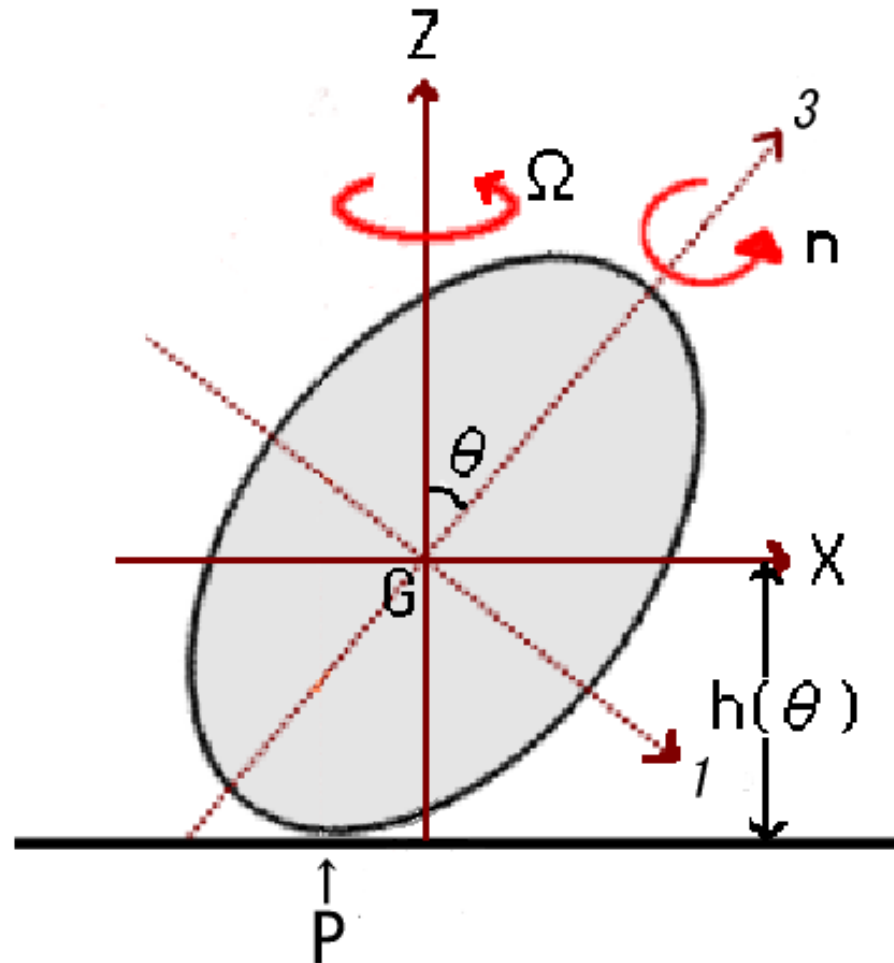
$$I_3 n = I_1 \Omega \cos \theta$$

- ジェレット定数

$$I_1 \Omega h = J \quad (= \text{一定})$$

Ω が減少 h が増加

剛体が立ち上がる



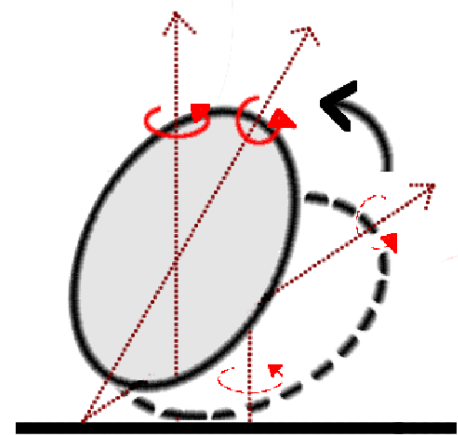
Moffatt, 下村理論の問題点

- 仮定する **gyroscopic balance** は時間平均してはじめて成立する (大森-卒業研究)

- 自発的にジャンプする

(下村裕、M.Branicki、H.K.moffatt 「回転ゆで卵の自己誘導跳躍」 日本物理学会年会講演, 27pYC10,(野田,2005)

村井興平 卒業研究 2003)



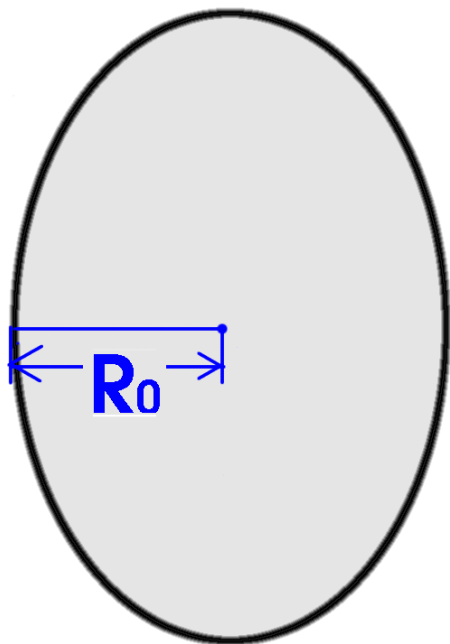
解析的研究は不適當

我々の研究は数値解法でより広い状況下での回転直立現象の普遍性を調べる。

- 木澤 ... 様々な形
- 本研究 ... 摩擦力によるエネルギーの散逸が必要か調べる

剛体の形状

剛体の形状は回転楕円体とする



3軸の比を $(R_1 = R_2) : R_3$ を指定し
体積が

$$V = \frac{4\pi}{3} R_1 R_2 R_3 = \frac{4\pi}{3} R_0^3$$

となるよう R_1, R_2, R_3 を決める

卵のモデルとして $R_0 = 2\text{cm}$ 、密度 = 1g/cm^3 と
する

剛体のエネルギー

- 回転の運動エネルギー

$$E_{\text{rot}} = \frac{I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2 + I_3\omega_3^2}{2}$$

- 並進の運動エネルギー

$$E_{\text{tra}} = \frac{M[(V_{\text{CM}})_x^2 + (V_{\text{CM}})_y^2 + (V_{\text{CM}})_z^2]}{2}$$

- 重力のポテンシャルエネルギー

(床上に寝かして置かれた場合を0として)

$$E_{\text{gra}} = Mg[(R_{\text{CM}})_z - (R_{\text{CM}})_{z.\text{min}}]$$

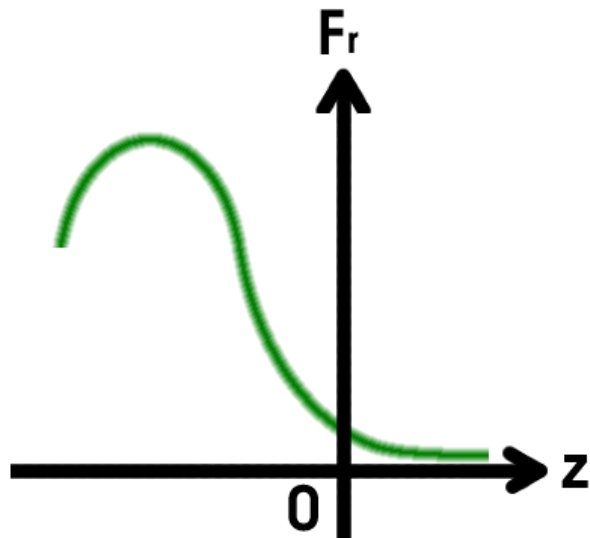
(I_1, I_2, I_3 は主慣性能率、 M は質量、 V_{CM} は重心の速度、 g は重力加速度、 R_{CM} は重心の位置ベクトル)

●床からの抗力のポテンシャルエネルギー

$$E_{\text{pot}} = V_z$$

このエネルギーによって剛体にかかる力 F_r は以下のものである

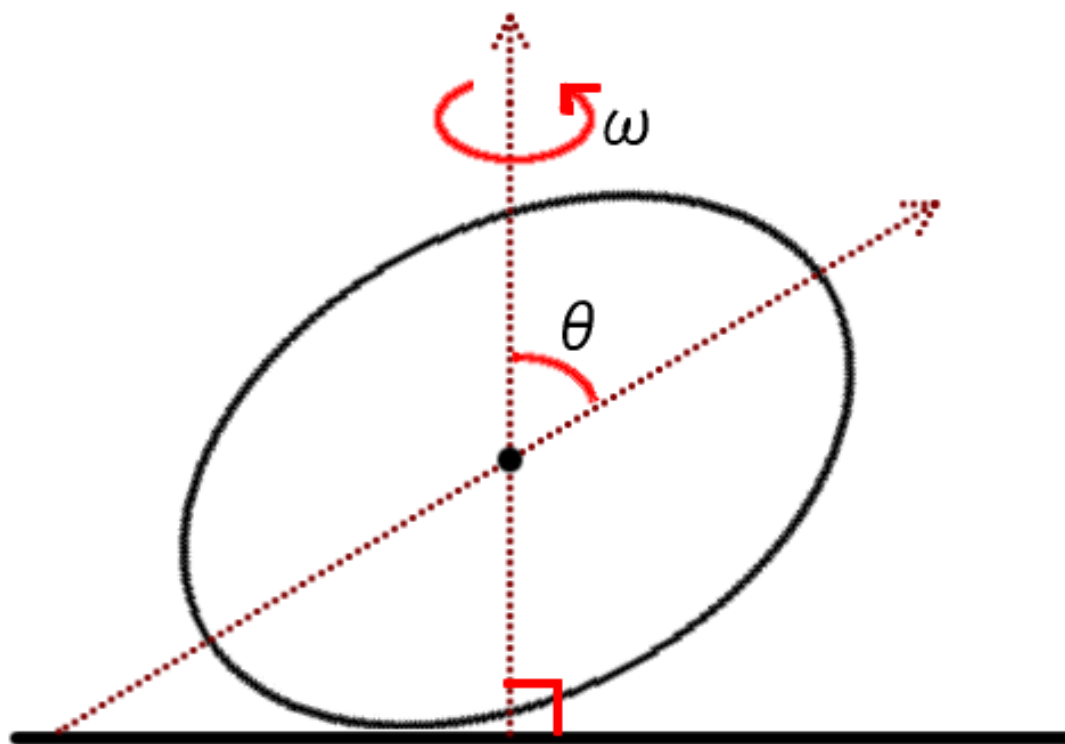
$$F_r = -\frac{\partial V}{\partial z} = Mge^{-\frac{z}{D}(1+\alpha\frac{z}{D})}(1 + v_{xy})$$



減衰を速くしたい

ガウシアン： $e^{-\frac{z}{D}(1+\alpha\frac{z}{D})}$ を使う

初期条件

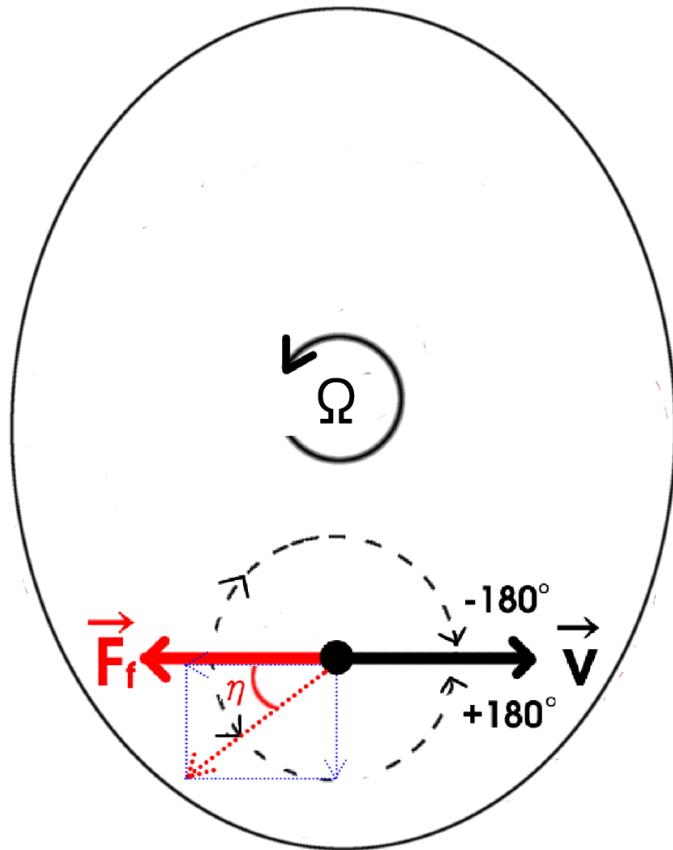


対称軸が鉛直軸となす角度 $\theta = 88.5^\circ$
角速度 $\Omega = 50$ 回転 / 秒

摩擦力の効果を調べる

摩擦力の働く方向を人為的にずらしてみる

$$\text{摩擦力 } \vec{F}_f = \mu F_r$$
$$\text{摩擦係数 } \mu = 0.5$$

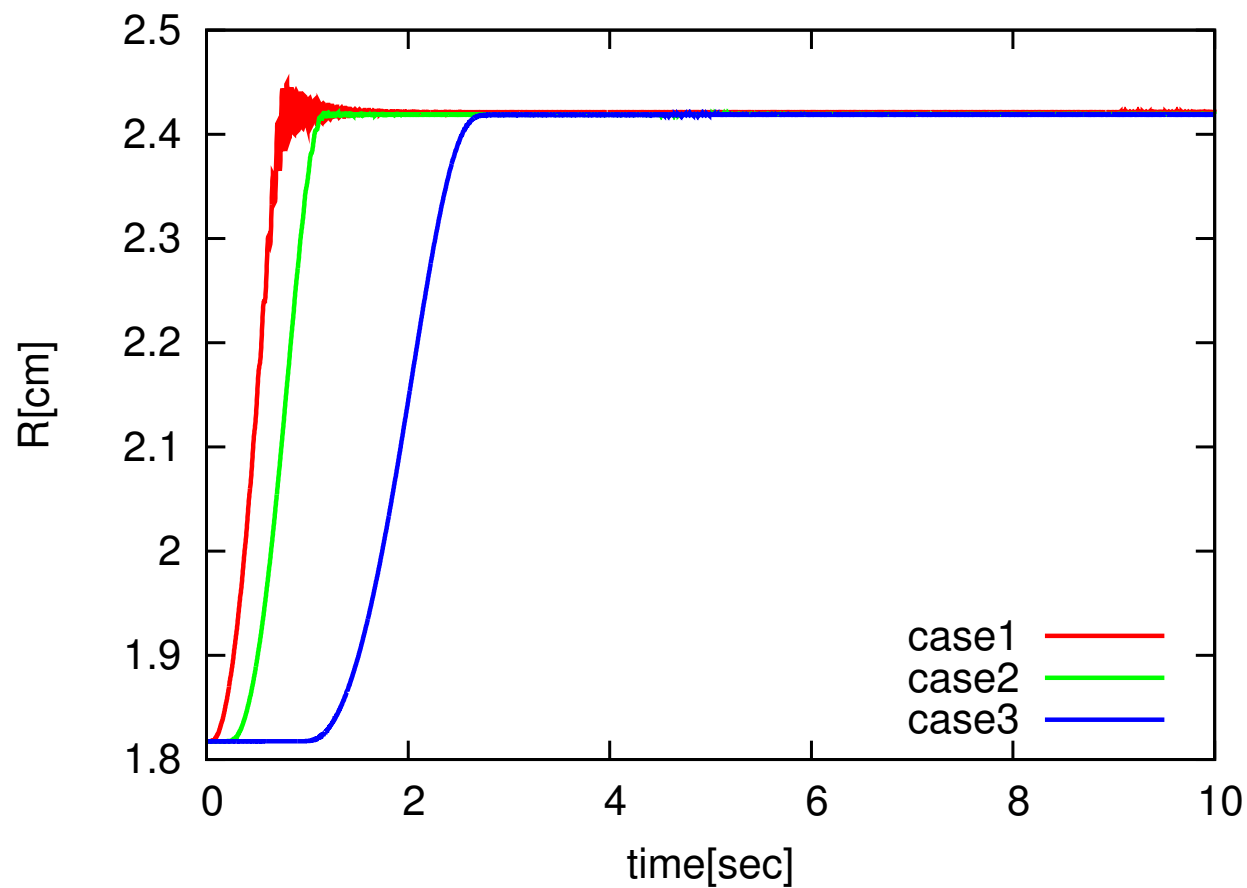


- \vec{V} : 床に対する接点の速度
- η : ずらした角度
- : 剛体と床との接点

(上から見た図)

結果

- $|\eta| < 90^\circ$: 長軸が直立する



R : 重心座標の z 成分

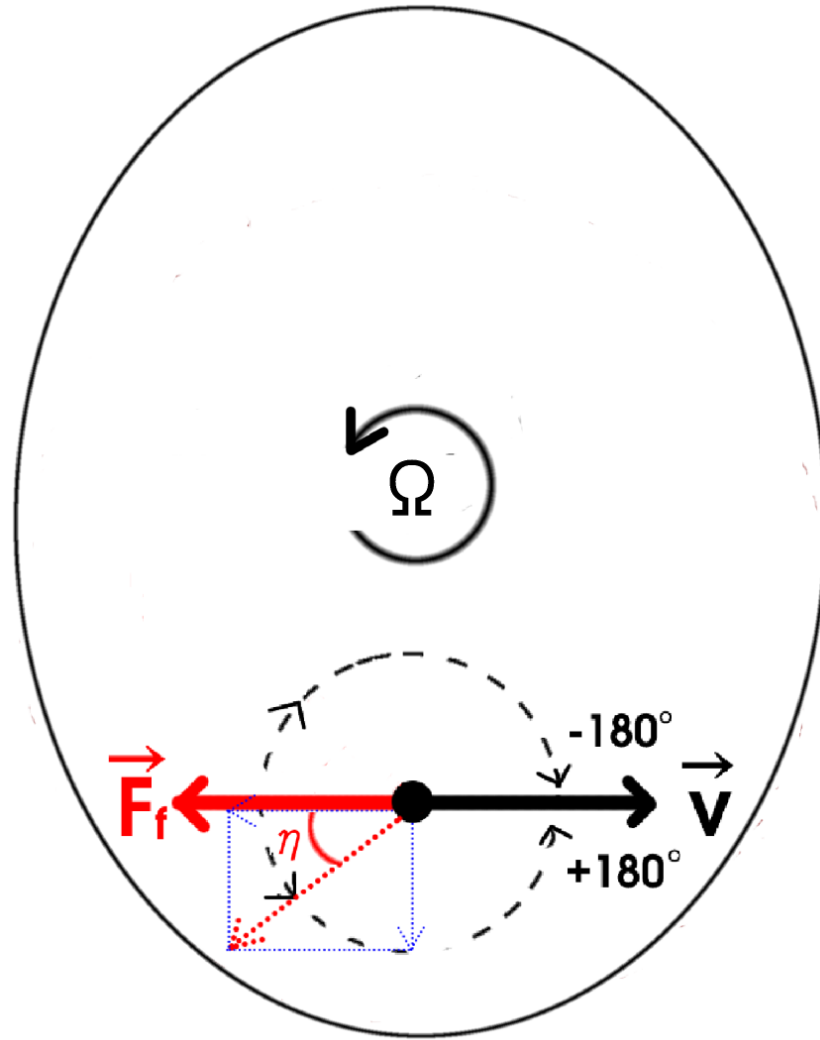
case1 : $\eta = 0^\circ$

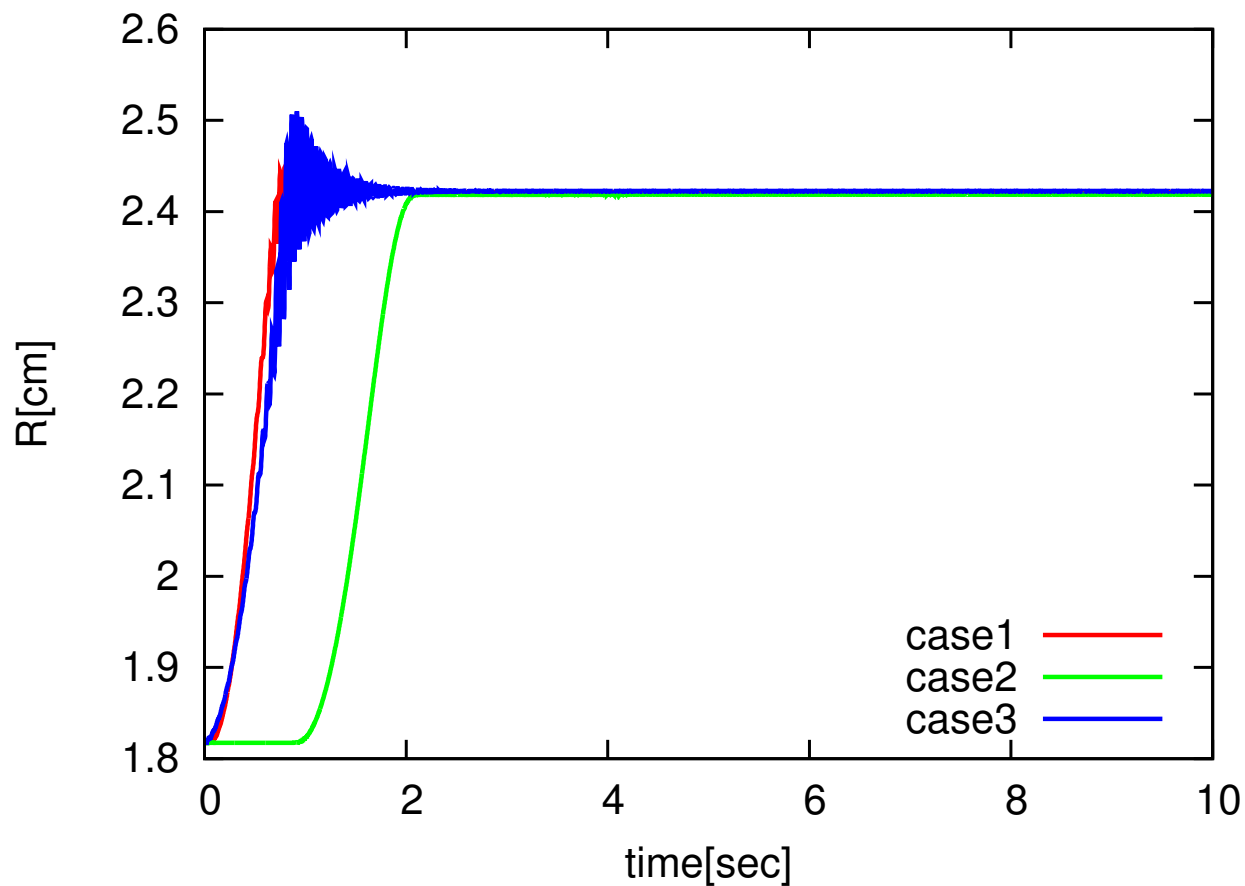
case2 : $\eta = 30^\circ$

case3 : $\eta = 60^\circ$

η が小さいほど直立するのが早い

- 上から見た図





R : 重心座標の z 成分

case1 : $\eta = 0^\circ$

case2 : $\eta = 45^\circ$

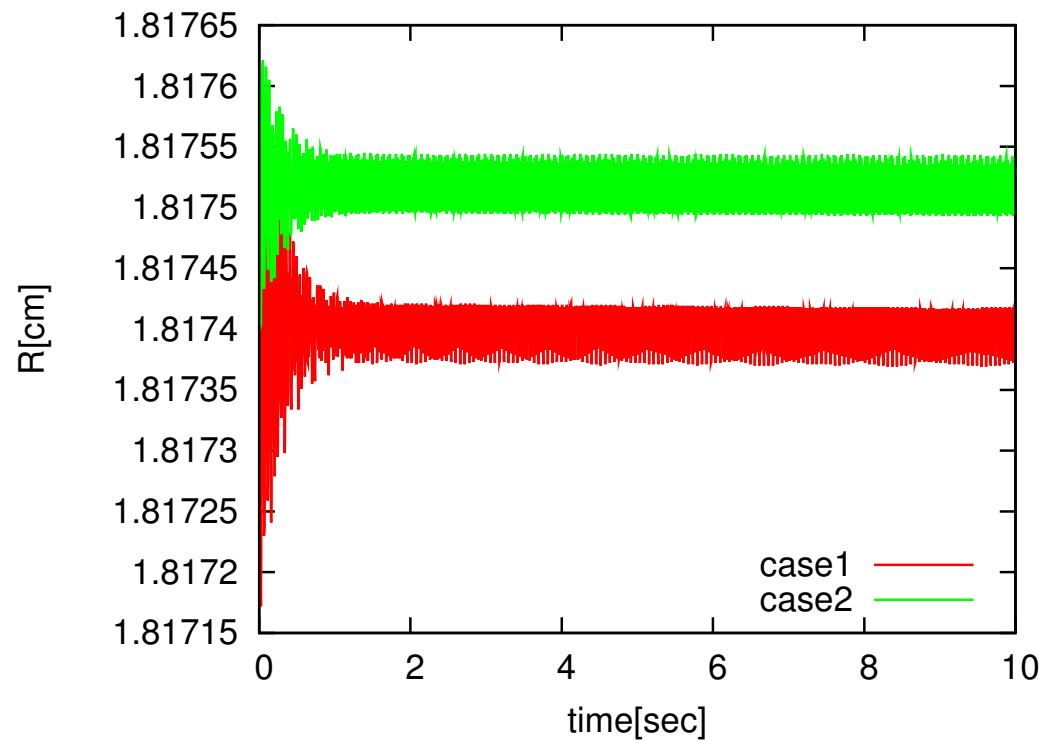
case3 : $\eta = -45^\circ$

$\eta > 0$ は滑らかに直立する

$\eta < 0$ は跳ねながら直立する , 直立するのが早い

結果

- $|\eta| = 90^\circ$: 長軸はほとんど水平面内にとどまる

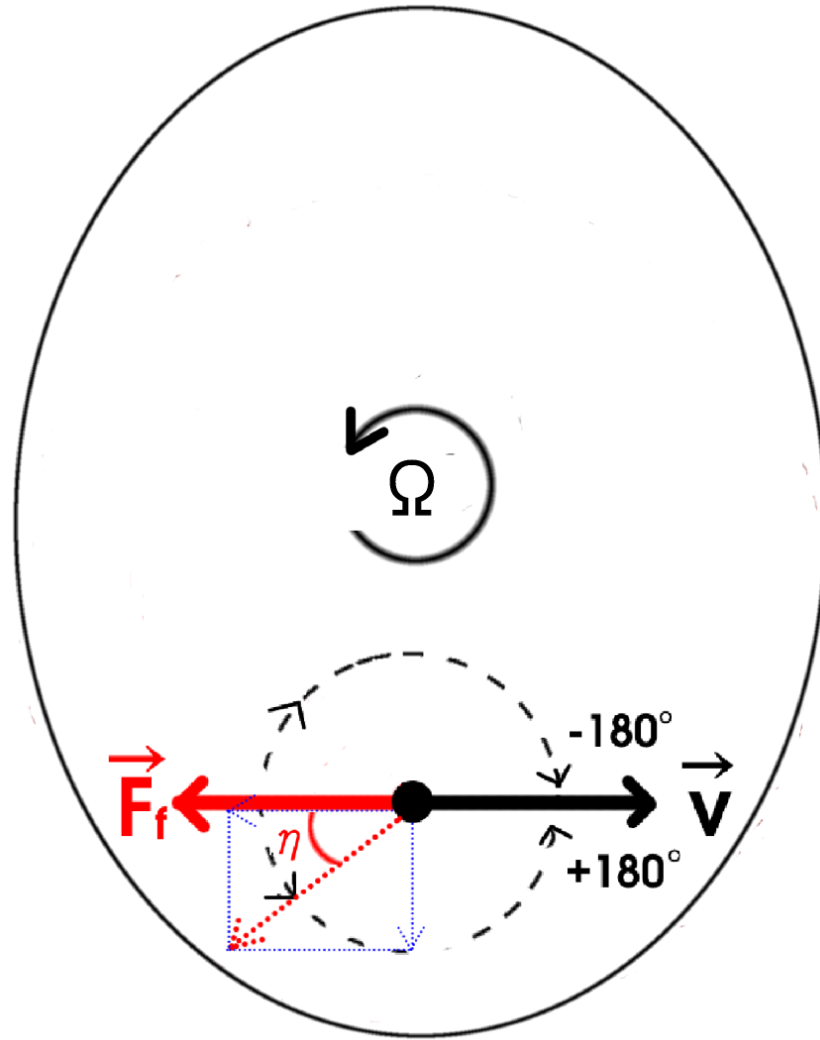


R : 重心座標の z 成分

case1 : $\eta = 90^\circ$

case2 : $\eta = -90^\circ$

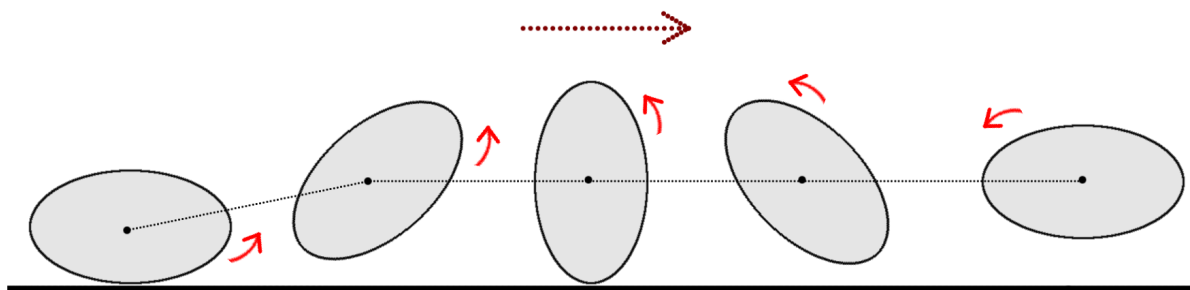
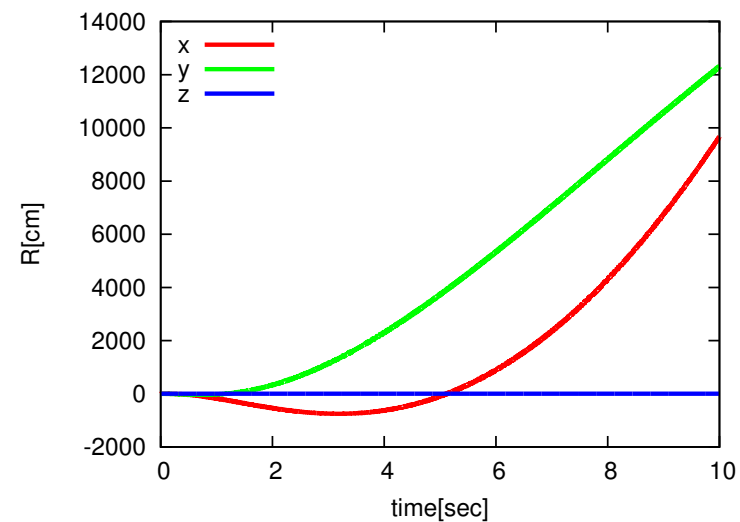
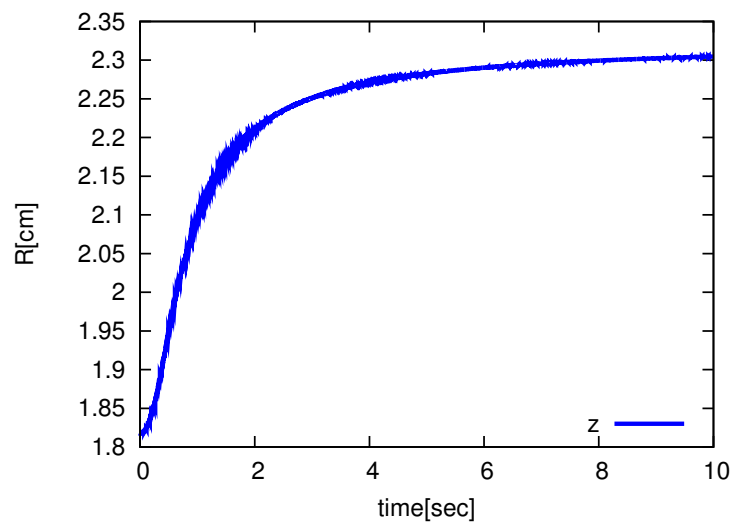
- 上から見た図



結果

- $|\eta| > 90^\circ$: 並進運動が起き、転がりながら進む (R : 重心座標の3成分)

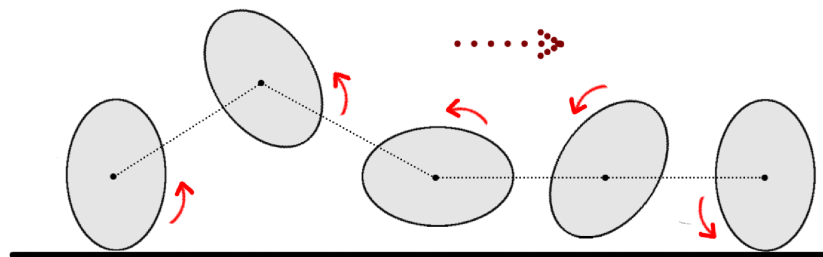
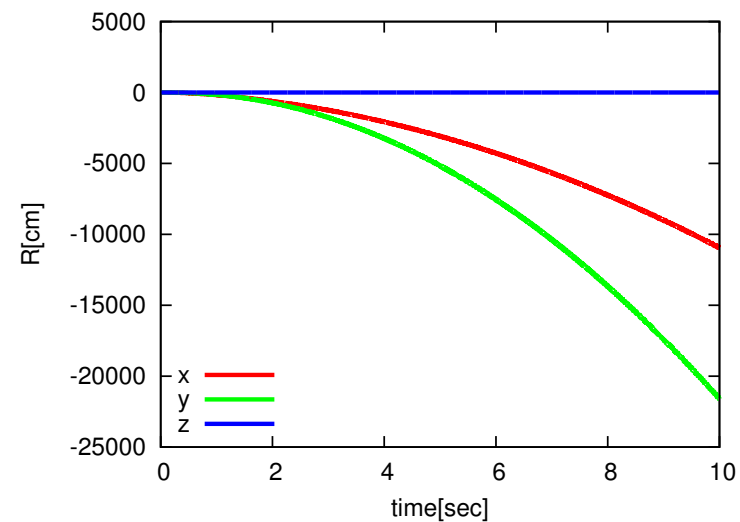
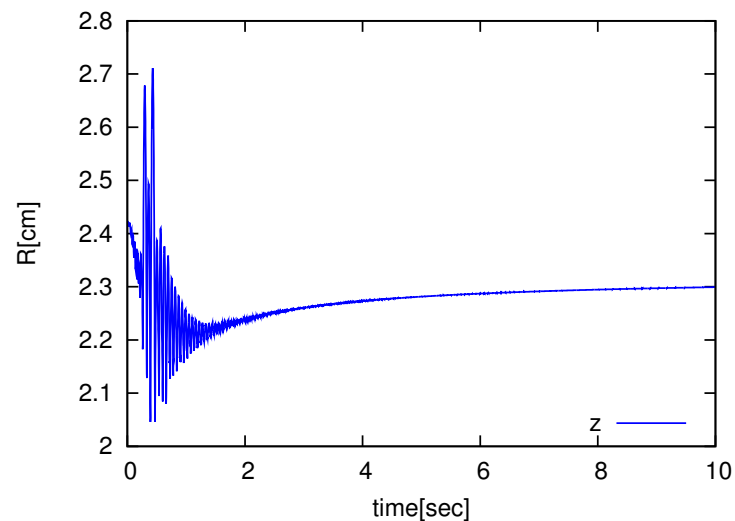
$$\eta = 150^\circ$$



結果

- 時間反転したとき (R : 重心座標の3成分)

$$\eta = 180^\circ$$



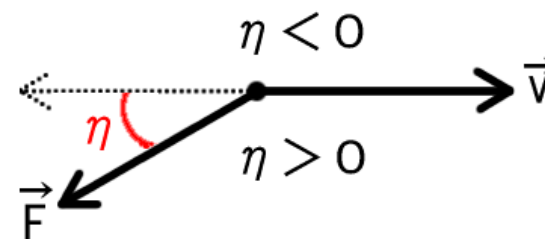
時間反転すると不安定

結論

● 摩擦力の働き方を変えることで剛体の回転直立現象にどのような影響があるかを調べた。

● 摩擦力がないと直立は起きない

● 摩擦力の方向と床との接点の速度ベクトルの反対方向の角度を η とすると



$|\eta| < 90^\circ$... 直立する

$|\eta| = 90^\circ$... 直立しない

$|\eta| > 90^\circ$... 並進運動がおき転がりながら進む・不安定

剛体の進む方向と逆の方向に摩擦がかからないと剛体は直立しない