

卒業論文発表会

1月29日, 2014, 福井大学工学部物理工学科

平均場模型による 奇核・奇々核の配位決定

物理工学科 伊藤研人 杉浦友章

研究の目的

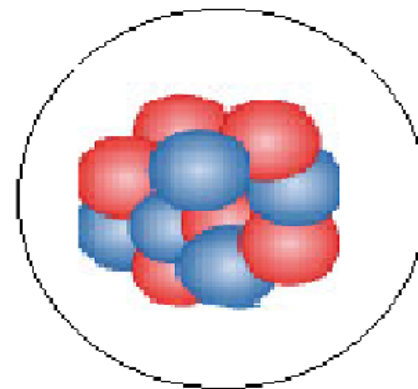
原子核の構造を平均場模型を使って理論的に調べる。

- **Skyrme** 相互作用を用いた **Hartree-Fock-Bogoliubov** 法プログラム **HFODD** を利用する。
- 変形核の典型的な例として、 $^{164}\text{D}_y$ に隣接した8個の奇核・奇々核の配位を求め、実験値と比べる。

原子核の構造

原子核 陽子と中性子の集まり

核子 { 陽子 … 赤色の玉
 { 中性子 … 青色の玉



殻模型

原子核の構造の最も基本的な考え方が殻模型である。

独立粒子運動 … 核子が原子核内でそれぞれ独立して運動している。

原子と比べての原子核の特徴はスピン軌道結合が強いこと

原子の魔法数 2、 10、 18、 36、 54、 86

原子核の魔法数 2、 8、 20、 28、 50、 82、 126

Nilsson 模型

原子核は変形しているものが多い。殻模型を変形核へ拡張したものを Nilsson 模型と呼ぶ。

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V_{h.o.} - \hbar\omega_0\kappa(2\hat{l} \cdot \hat{s} + \mu\hat{l}^2)$$

$$V_{h.o.} = \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \cdots \text{非等方調和振動子}$$

$$= \frac{m\omega_0^2}{2}r^2 - \beta m\omega_0^2 r^2 Y_{20}(\theta, \phi), \quad \omega_x = \omega_y \text{ のとき } Y_{20} \text{ だけで書ける。}$$

β … 四重極変形パラメータ

^{164}Dy では $\beta \approx 0.3$

\hat{l} : 軌道角運動量 \hat{s} : スピン

Nilsson軌道のラベリング

$$[N n_z \Lambda \Omega^\pi]$$

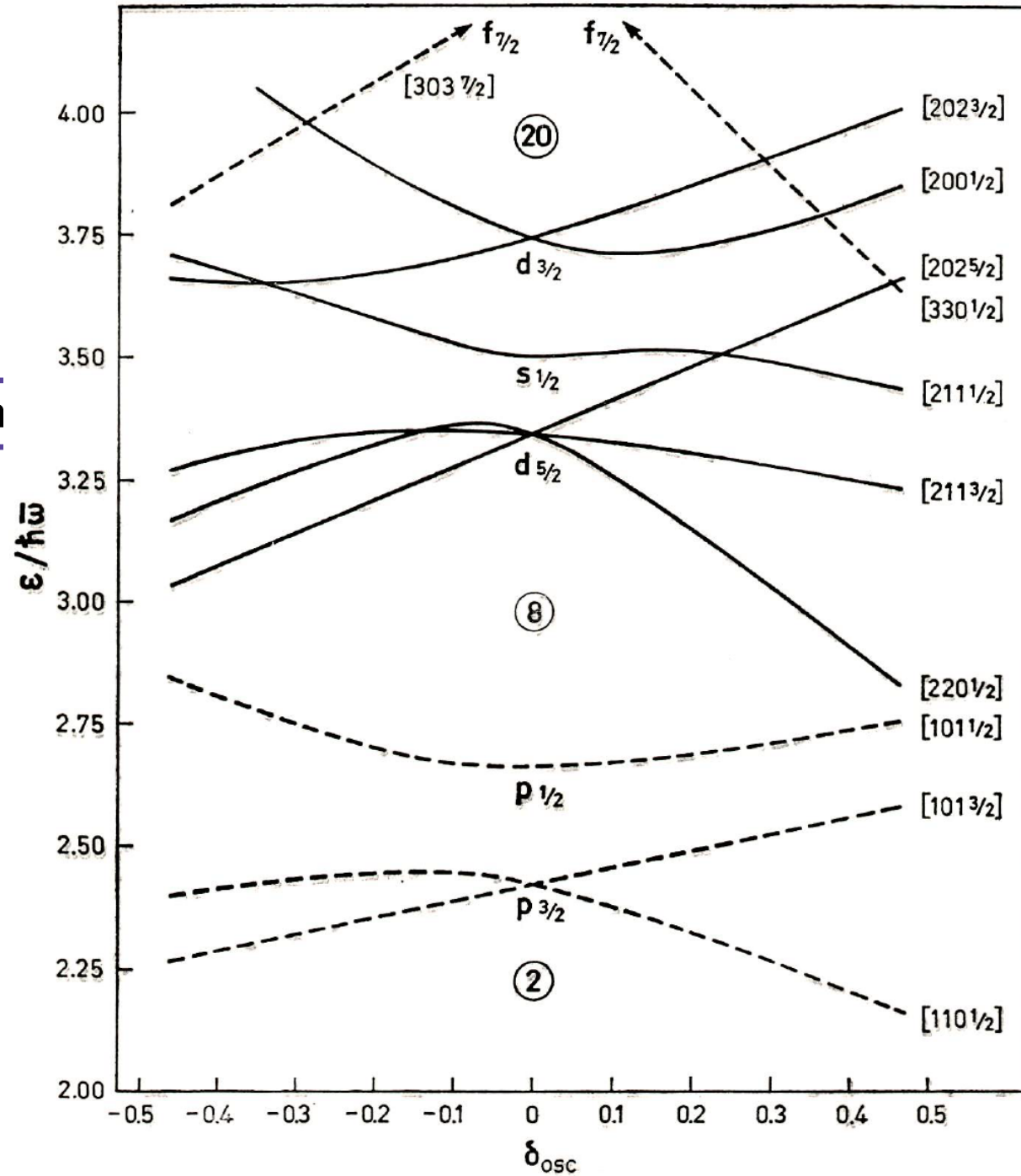
1. N : 主量子数 = $n_x + n_y + n_z$
2. n_z : 対称軸方向の振動量子数
3. Λ : 軌道角運動量の対称軸方向の成分
4. Ω : 全角運動量の対称軸方向の成分
5. π : 偶奇性

1 ~ 3 は近似的な量子数 … N は $\beta = 0$ のときの量子数

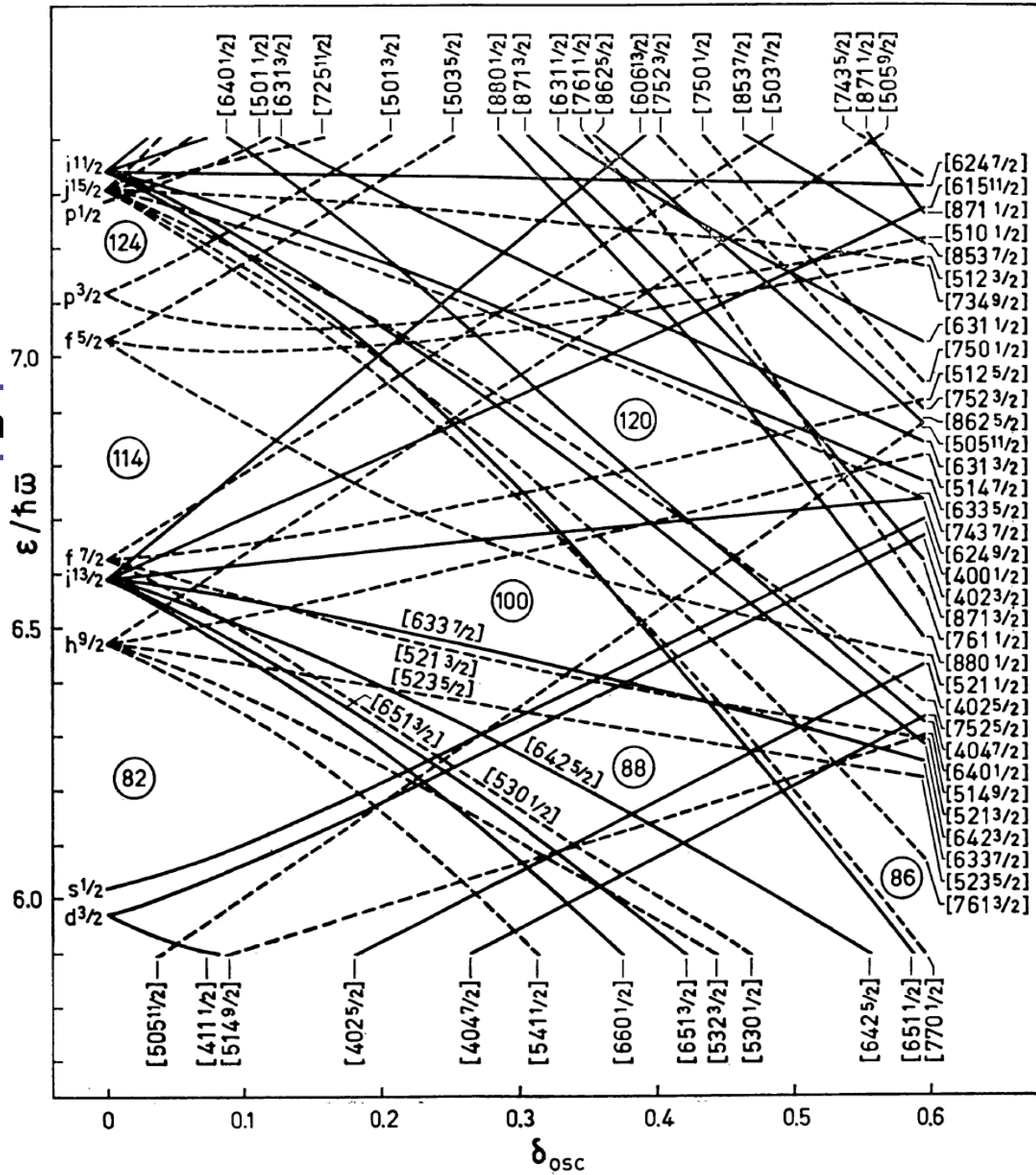
n_z 、 Λ は $|\beta|$ が大きいときの漸近量子数

4 ~ 5 は厳密に保存される量子数

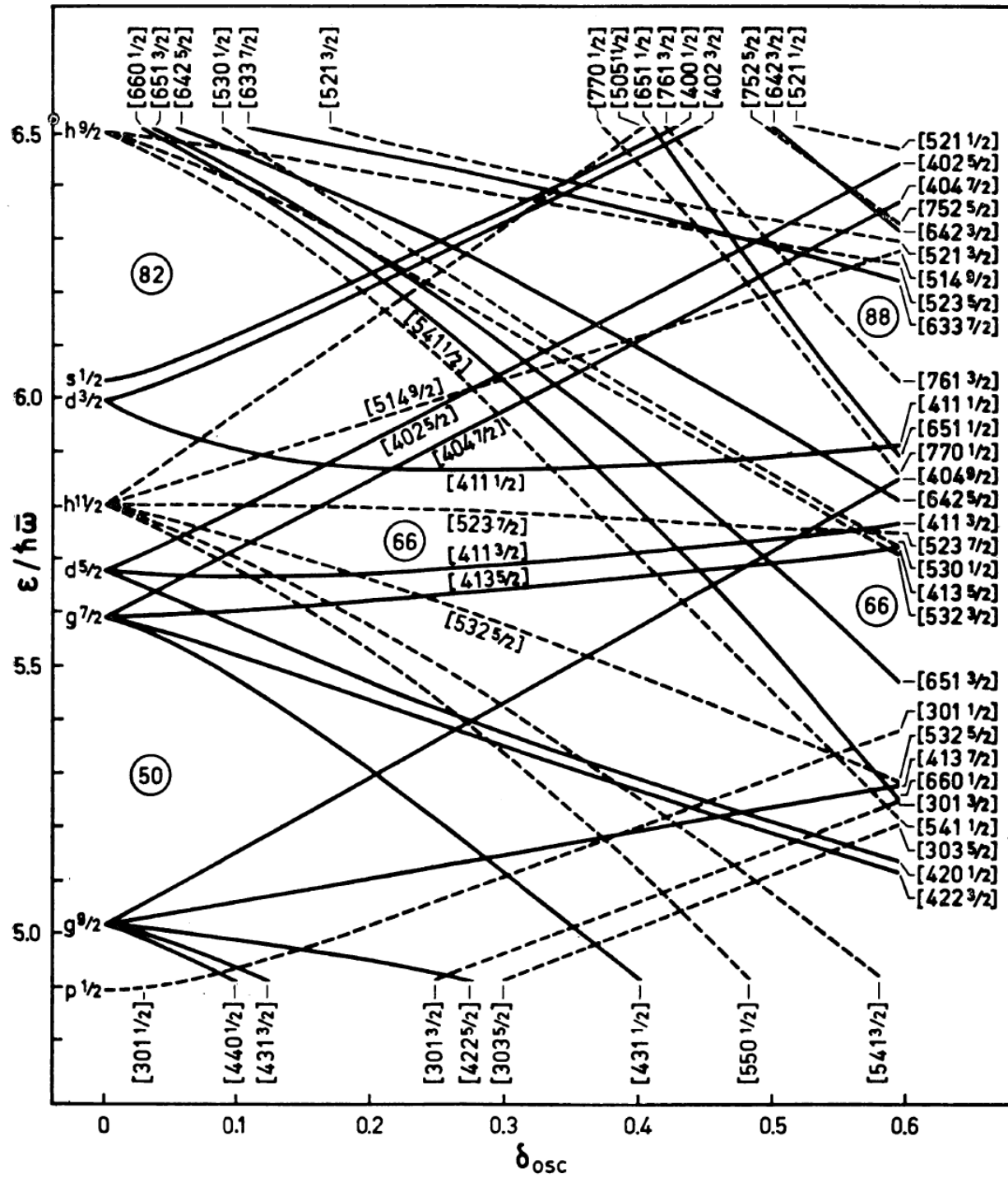
Nilsson diagram



Nilsson diagram



Nilsson diagram



原子核の四重極変形

四重極変形 … 原子核の主たる変形の仕方。基底状態や低い励起状態で、確認されている。四重極変形は軸対称で対称軸方向に細長いプロレート変形(アメフトボール型)が多い。対称軸方向に短いオブレート変形(パンケーキ型)の核も少しある。

四重極変形は β と γ という2つのパラメータで表せる。

・ β … 四重極変形の大きさを表す。

$\beta=0$ で球形, $\beta > 0$ でプロレート, $\beta < 0$ でオブレート。

・ γ … 軸対称性からのずれを表す角度。

k 軸 ($k=1,2,3$ x,y,z 軸) に沿って中心から表面までの距離 δR_k は

$$\delta R_k = \frac{5}{4\pi} \beta \cos\left(\gamma - \frac{2\pi k}{3}\right)$$

γ を考えるときは $\beta \geq 0$ とする。 $\gamma = 0^\circ$ でプロレート、 $\gamma = 60^\circ$ でオブレート。

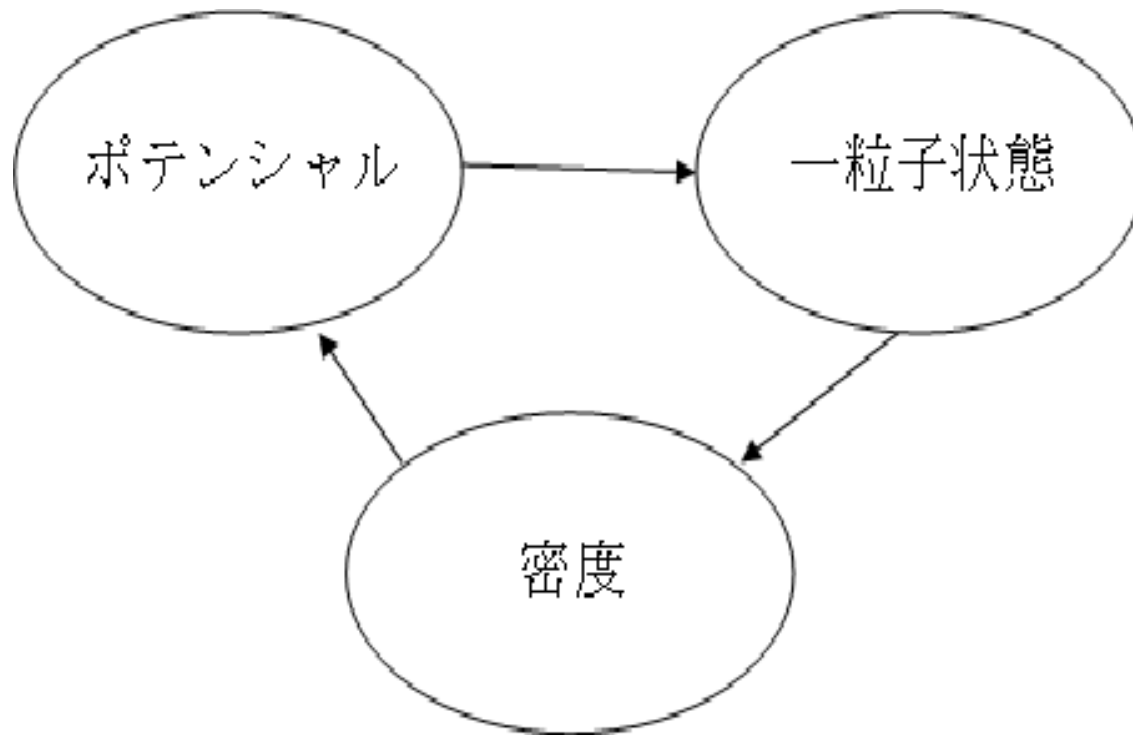
スピン・パリティ

スピン J 、パリティ の状態を J^π と書く。

- 偶々核 … 陽子、中性子のどちらも偶数個の原子核
スピン、パリティは 0^+
- 奇核 … 陽子または中性子のどちらかが奇数個。対を組めない一核子の軌道のスピン j (球形核)または Ω (変形核)とパリティが原子核全体のスピンとパリティになる。
- 奇々核 … 陽子、中性子のどちらも奇数個。対を組めない二核子の軌道の j ベクトルの和として可能な値 $|j_p - j_n|, |j_p - j_n| + 1, \dots, j_p + j_n$ (球形核)または $\Omega_p \pm \Omega_n$ (変形核)が原子核全体のスピンになり、パリティの積 $\pi_p \cdot \pi_n$ が全体のパリティになる。

平均場法

Nilsson ポテンシャルを天降りには与えるのではなく
核子の分布から自己無撞着（つじつまの合うよう）に決める。



Hartree-Fock (HF) 法

single Slater determinant 状態のうちでエネルギー期待値を最小にするものを多体系の近似的基底状態として与える。

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\phi_k(r) + V_D\phi_k(r) - \int dr'V_E(r,r')\phi_k(r') = \varepsilon_k\phi_k(r)$$

$$V_D(r) = \int dr' v(r,r') \sum_{j=1}^N \phi_j^*(r')\phi_j(r')$$

$$V_E(r,r') = v(r,r') \sum_{j=1}^N \phi_j^*(r')\phi_j(r)$$

Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) 法

対相関（超伝導、超流動と同種の量子状態）を含めた平均場法。
対相関は原子核の質量の偶奇分裂の原因だけでなく、
核変形の決定に強く影響するので核構造を論じるのに不可欠である。

有効相互作用

真の基底状態は **single Slater determinant** からずれている。

そのずれの効果を、相互作用を修正することでできるだけ取り入れる。

よく使われるもの

- 1 . **Skyrme** 力 ← 本研究で使用
- 2 . **Gogny** 力

Skyrme力

T.H.R.Skyrme(1956)

$$\begin{aligned} V(\vec{r}_1\sigma_1q_1 ; \vec{r}_2\sigma_2q_2) = & t_0(1 + x_0P_\sigma)\delta \\ & + t_1(1 + x_1P_\sigma)\frac{1}{2}(\vec{k}^2\delta + \delta\vec{k}^2) \\ & + t_2(1 + x_2P_\sigma)\vec{k} \cdot \delta\vec{k} \\ & + \frac{1}{6}t_3\rho^\alpha(1 + x_3P_\sigma)\delta \\ & + iW(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{k} \times \delta\vec{k} \end{aligned}$$

σ : スピン、 q : アイソスピン (pかnか) $\delta = \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$ 、 $\vec{k} = \frac{1}{2i}(\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2)$

- 特徴
1. ゼロレンジ力
 2. スピン交換相互作用 P_σ
 3. 運動量依存項 → 有効レンジ効果
 4. t_3 の項は密度依存項
 5. W の項はスピン軌道結合

10個のパラメータ ($t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \alpha, W$) の値には、よく使われる SLy4 パラメータセットを使う。

HFODD コード

- J. Dobaczewski and J. Dudek ,Comp. Phys. Comm., **102**, 166 (1997)
- N. Schunck et al., Comp. Phys Comm., **183**, 166 (2012)
- **etc.**

特徴

- **Skyrme-HFB** を用いて計算する。
- **3次元非等方調和振動子基底で展開**

非常に多種多様な計算ができる。

修士課程の2年をかけて**Skyrme-HFB**法の理解を深め、**HFODD**コードの使い方を極めていく。

調和振動子基底での対角化とは

調和振動子基底...

3方向の3つの量子数 n_x, n_y, n_z で $|n_x, n_y, n_z\rangle$ でラベルされる。

$$n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots$$

この基底で、一粒子軌道を展開する：

$$|\psi_\mu\rangle = \sum_{n_x} \sum_{n_y} \sum_{n_z} \sum_{s_z = \pm \frac{1}{2}} C_{n_x n_y n_z s_z}^\mu |n_x, n_y, n_z\rangle |s_z\rangle$$

係数 $C_{n_x n_y n_z s_z}^\mu$ は

「HF 一体ハミルトニアン」行列の固有ベクトルとして求まる。

HFB の場合は一粒子状態ではなく一準粒子状態を求める。これは、上記のような波動関数 2 つで表される。

対称性の仮定

parity と signature が保存するとして計算を行った。

- **parity** … 空間反転 ($\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$) についての対称性
- **signature** … y 軸まわりの 180° 回転についての対称性

プログラムでは y 軸を対称軸として考えた。

y 軸を対称軸にとると、縮退した $|\pm m_y\rangle$ 状態が σ_y で分類できる。

$$e^{-i\pi\hat{J}_y} |m_y\rangle = \sigma_y |m_y\rangle$$

$$\sigma_y = e^{-i\pi m_y}$$

$$e^{-i\pi\hat{J}_y} |-m_y\rangle = \sigma'_y |-m_y\rangle$$

$$\sigma'_y = e^{i\pi m_y}$$

$2m_y = \text{奇数}$ なので、 $\sigma_y = -\sigma'_y$ となる。

試行計算

$^{164}_{65}\text{Tb}_{99}$	$^{165}_{66}\text{Dy}_{99}$	$^{166}_{67}\text{Ho}_{99}$
$^{163}_{65}\text{Tb}_{98}$	$^{164}_{66}\text{Dy}_{98}$	$^{165}_{67}\text{Ho}_{98}$
$^{162}_{65}\text{Tb}_{97}$	$^{163}_{66}\text{Dy}_{97}$	$^{164}_{67}\text{Ho}_{97}$

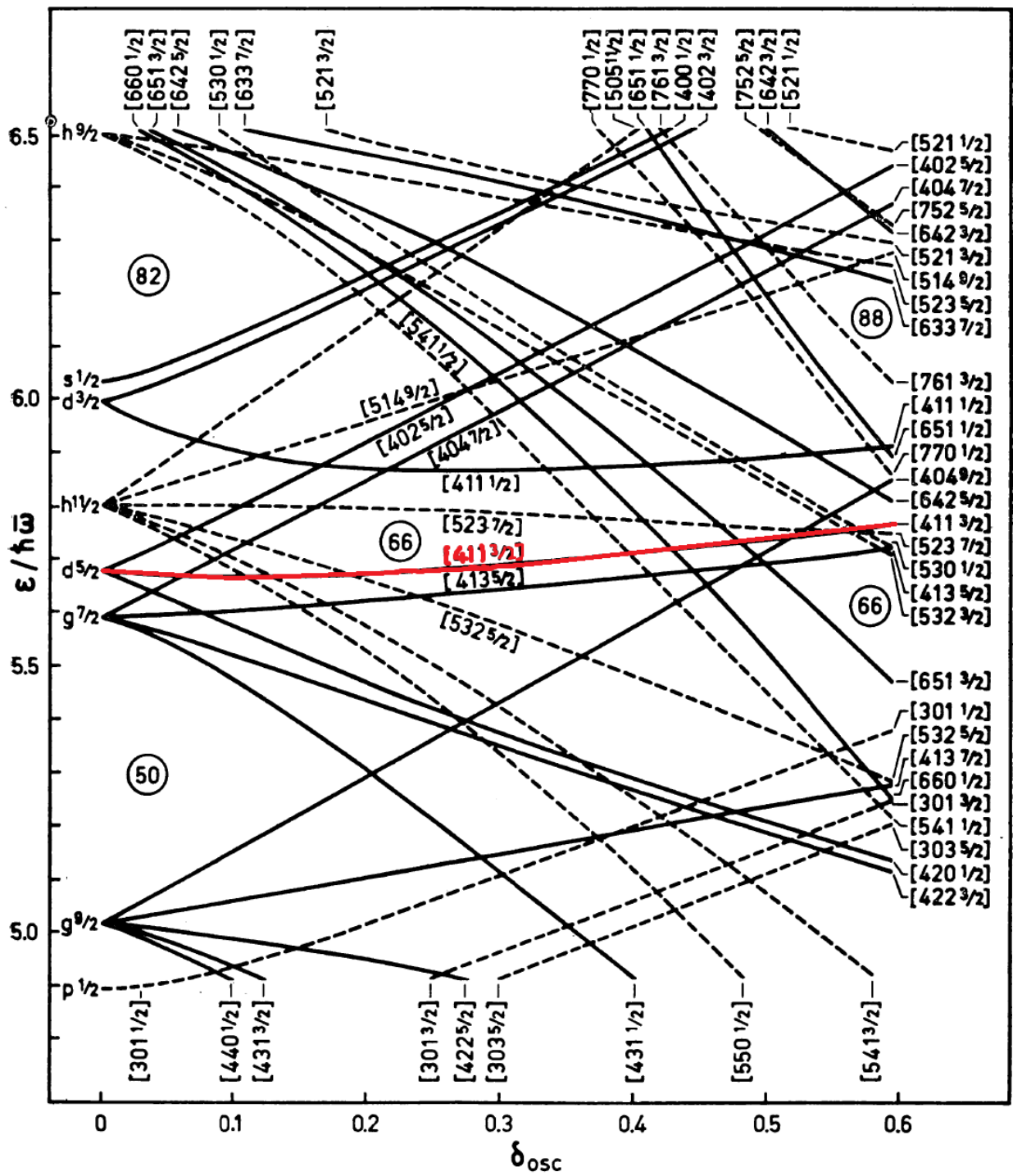
計算による配位の求め方

1. 対を組まない核子が入る(ブロックする)軌道を選ぶ(すなわち配位を選ぶ)。
2. 上の条件のもとで、自己無撞着解を求める。
3. その解の原子核の全エネルギーを求める。
4. 様々な配位について1~3の計算を行い、エネルギーが最小のものが、その原子核の基底状態での配位だと判断する。

計算結果

$T_b N=98, Z=65$

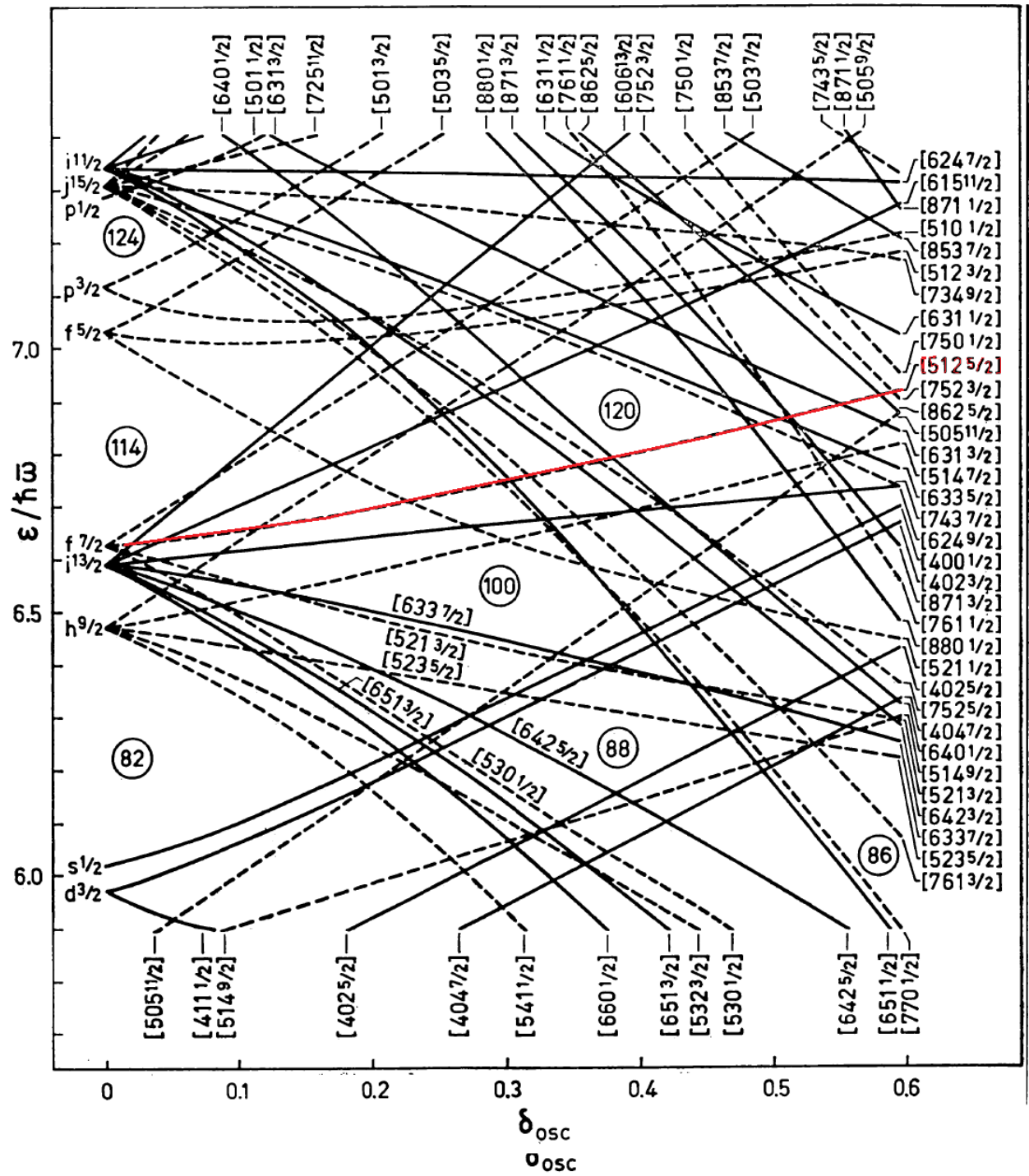
配位	エネルギー (MeV)	エネルギーの差 (MeV)	β	γ ($^\circ$)
$ 4,1,1, \frac{3}{2}^+\rangle$	-1318.7791	0	0.3435	10.12
$ 4,1,1, \frac{1}{2}^+\rangle$	-1318.7781	0.0009	0.3435	10.12
$ 5,2,3, \frac{7}{2}^+\rangle$	-1318.5377	0.2414	0.3281	9.75



計算結果

$D_y N=99, Z=66$

配位	エネルギー (MeV)	エネルギーの差 (MeV)	β	γ ($^\circ$)
$ 5,1,2,\frac{5}{2}-\rangle$	-1333.5446	0	0.3358	3.98
$ 6,3,3,\frac{7}{2}+\rangle$	-1333.1870	0.3576	0.3256	0.00
$ 5,1,4,\frac{7}{2}-\rangle$	-1333.0292	0.5154	0.3298	10.50
$ 6,6,0,\frac{1}{2}+\rangle$	-1332.6773	0.8673	0.3393	8.94



N
||

99	(5+) $\begin{matrix} 2- \\ 1- \end{matrix}$	$\begin{matrix} 7 \\ 2 \end{matrix} + \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} -$	$\begin{matrix} 0- \\ 5- \end{matrix}$
98	$\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} + \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} +$	$^{164}_{66} \text{Dy}_{98} \begin{matrix} 0+ \end{matrix}$	$\begin{matrix} 7 \\ 2 \end{matrix} - \begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} +$
97	(1-) $\begin{matrix} 6+ \\ 1+ \end{matrix}$	$\begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} - \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} -$	$\begin{matrix} 1+ \\ 4- \\ 1- \end{matrix}$
Z=	65	66	67

左が実験値、右が今回計算した理論値。

結果のまとめ

1. $^{164}\text{D}_y$ の隣接する 8 個の核種の基底状態を Skyrme HFB コード HFODD で求めた。
2. 設定したパラメータでは基底状態の配位が実験値と同じになるものと、異なるものが出た。
3. 計算のパラメータの修正で実験値との一致を目指す。
 1. 対相関力強度を強める。
 2. Skyrme 力のパラメータセットをして、SLy4 以外の物もためす。
 3. 調和振動子基底のサイズを拡大してみて、結果が変わらない事を確かめる。