希薄中性子の超流動

平成 17 年 2 月 14 日

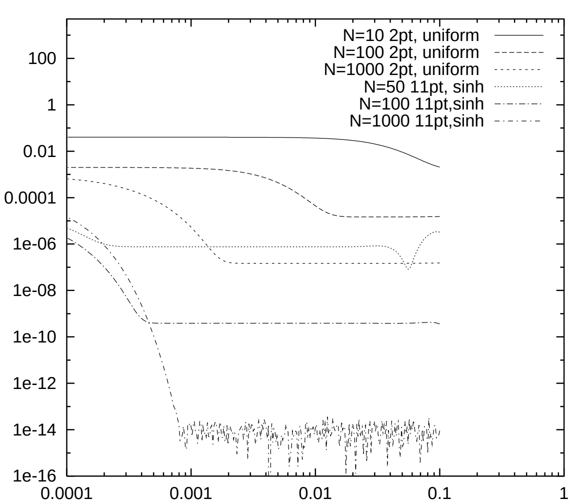
稲垣 安章

(学生番号　03780053，　指導教員　田嶋直樹)

陽子と中性子 (総称して核子) の集まった系には、小は原子核から、大は中性子星まで多用な形態が存在するが、核物質の飽和密度より低い密度では、同じ密度汎関数を用いて原子核も中性子星も精度よく記述できると考えられている。そのなかで最も精密な模型が、Skyrme 相互作用で Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) 方程式の解を求める Skyrme-HFB 密度汎関数法である。HFB 法は陽子の超伝導・中性子の超流動状態などの対凝縮のおきた状態 (無限系の場合) あるいは対相関のある状態 (有限系の場合) を記述できる平均場法である。飽和密度以下では $^1S_0$ 対の凝縮・対相関がおこるが、これが精密に記述できれば、原子核構造の理解において最も重要な表面付近の性質を理解できるとともに、中性子星の地殻における薄い中性子ガスに原子核のクーロン格子が浮かんだ状態やパスタ構造と呼ばれる奇妙な状態の性質を予想することもできる。本研究では、空間的に一様な密度分布をもつ核物質の超伝導・超流動を Skyrme-HFB 法で計算する手法を詳しく説明し、そこで必要となる波数積分を数値的に求める方法の重要な改良法を提案する。

固体物理における BCS 理論ではフェルミ面近傍でのみ相互作用が働くとするが、原子核物理において δ 関数を含む有効相互作用を用いる場合は、空間を広げ、カットオフによる正規化と相互作用強度の繰り込みの結果が、カットオフ無限大の極限での収束値に十分に近づくまでカットオフを大きくとることが望ましい。このためカットオフは記述すべき対相関ギャップの値より 5〜6 桁大きくなる。このスペースを等間隔のメッシュに切って扱うことは無駄が大きく、なんらかの工夫で標本点数を低減するすることが望ましい。BCS 解を求めるために必要な積分の例は、$\int u(k)v(k)k^2dk$, $u(k)v(k) = \Delta/2\sqrt{(k^2-1)^2+\Delta^2}$ である。ただし、波数 $k=1$ がフェルミ波数になるように無次元化し、対相関ギャップ Δ はフェルミ面での運動エネルギーを単位として表した。その被積分関数の特徴は $\Delta \ll 1$ のとき $k=1$ 付近で急激に変化することである。このため、積分標本点は $k=1$ 付近に密にとり、端点に向かって徐々に疎に分布するようにとるのが有利である。このため双曲線正弦関数を用いた変数変換 $k = h_0 a \sinh\frac{x}{a} + 1$ を行うことにした。h_0 は扱うべき Δ の最小値より一桁小さくとり、a は積分標本点の個数から決める。x についての積分を、間隔 1 で一様に分布した標本点で評価すれば、k についての積分では $k=1$ 付近で密に標本点をとることになる。

さらに、変数変換の結果、積分区間の端点付近で標本点の分布が疎となるのを補うため、高次の積分公式を用いる。特に、積分区間の両端付近の標本点でのみ係数が 1 とは異なる端点補正型とでも命名すべきタイプの公式が有効である。これは積分区間の両端付近ですみやかにゼロに収束する被積分関数に対しては、台形則同様に最高精度を実現し、そうでない関数に対しても、高次公式としての高精度を与えるという 2 つの利点を兼ね備えている。



図の説明: 積分 $\int_{k_{\min}}^{k_{\max}} u(k)v(k)k^2dk$ の誤差の絶対値の対相関ギャップ Δ への依存性。実線 (図中では「N=10, 2pt, uniform」と表示) は変数変換せずに $N=10$ (=標本点数 -1) として台形公式を適用した結果である。長い破線は $N=100$, 短い破線は $N=1000$ であること以外は実線と同じである。点線は $h_0=0.0001$ として変数変換後に $N=50$ を用いて端点補正型 11 点公式を適用した結果である。長い一点鎖線は $N=100$, 短い一点鎖線は $N=1000$ であること以外は点線と同じである。

計算結果の例を右図に示したが、双曲線正弦関数による変数変換と端点補正型高次公式とを組み合わせた積分方法を利用すれば、BCS ないし Skyrme-HFB の解を求めるに際し、100〜1000 点という非常に少ない積分標本点を考慮するだけで非常に高い精度の解が得られることがわかる。今後、この積分法が一様核物質の Skyrme-HFB 解を求めるために利用されることが期待される。