日本物理学会秋季大会（於 弘前大学）　講演 16pSF-2 (2011 年 9 月 16 日)

角運動量射影された２回転子系の角度相関

田嶋直樹（福井大工）

<u>内容</u>

1. 大塚論文 “ Laboratory-Frame View of Nuclear Rotation”
2. Marshalek 論文 “ Alleged contra-rotation of neutrons and protons”
3. 田嶋・大塚論文（査読中） “ Meaning of antiparallel proton and neutron angular momenta at low spins” より 重心運動の効果について
4. 同論文より　角度と角運動量の不確定性関係（２回転子模型）
5. 追加の考察　角運動量射影状態を２つの逆回転状態の重ね合わせに分解すると、得られた逆回転状態はどれくらい free か。

1.　T. Otsuka, Phys.Rev.Lett. 71, 1804 (1993)

変形核の平均場（ニルソン）解を
低スピンへ角運動量射影すると

J_p(陽　子の全角運動量）と
J_n(中性子の全角運動量）とは

<ins>逆方向</ins>　を向く。　　（⇒反論が出た）

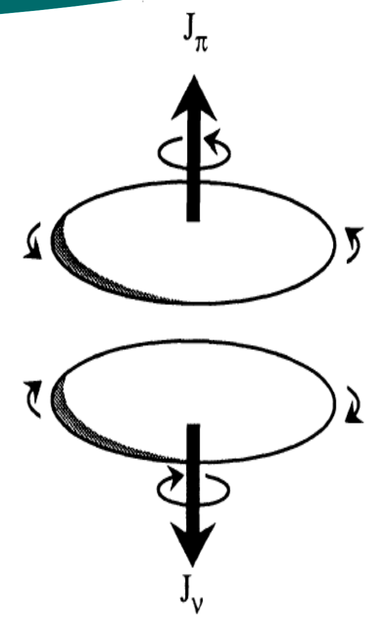
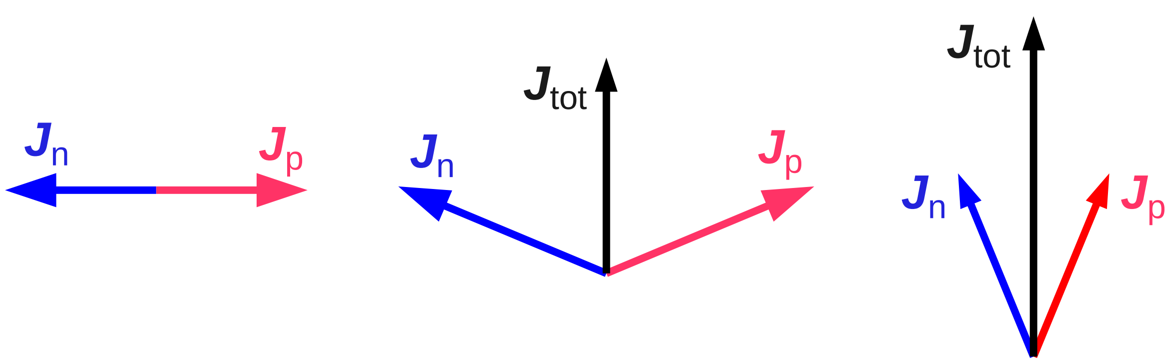


FIG. 2. Schematic picture of the rotation of the proton ellipsoid (upper) and that of the neutron ellipsoid (lower) in the ground state.

この事実から
　　回転帯の生成における新しいメカニズムの可能性
を論じた。　　（⇒反論・進展はこれ迄のところ無し）



Shears band との
類似性

2. E.R.Marshalek, Phys.Rev.<u>C50</u>,R5 (1994)

1. "A **<u>free</u>** large-amplitude **contra-rotation**"
   "is a startling conclusion".
   Only the **scissors mode** is possible.

Yes.

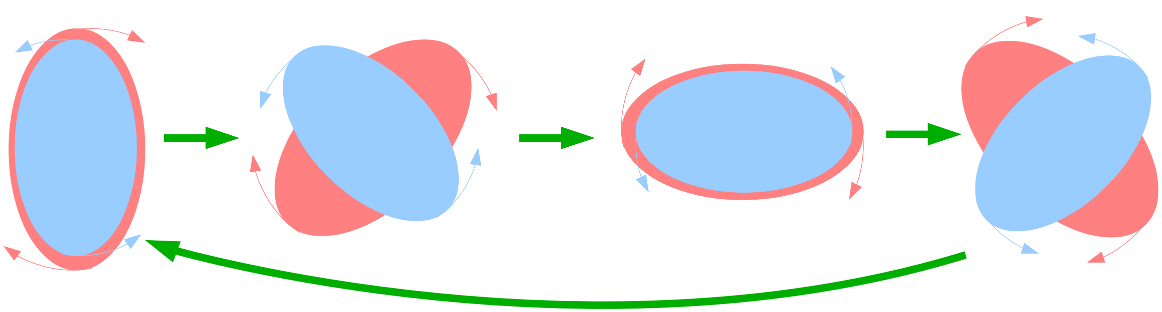
2. If the spurious **center-of-mass motion** is removed,
   $\boldsymbol{J}_p$ and $\boldsymbol{J}_n$ points to the same direction.

No!

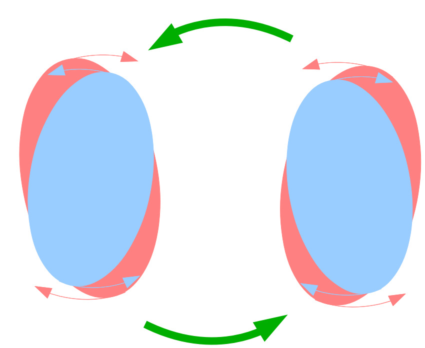
This paper has been cited by two papers as solving the controversy.
Yang Sun et al., Phys.Rev.Lett. 80, 672 (1998).
D.R.Bes and O.Civitarese, Phys.Rev.C63,044323 (2001).

Must be rectified !

[motions of protons and neutrons]



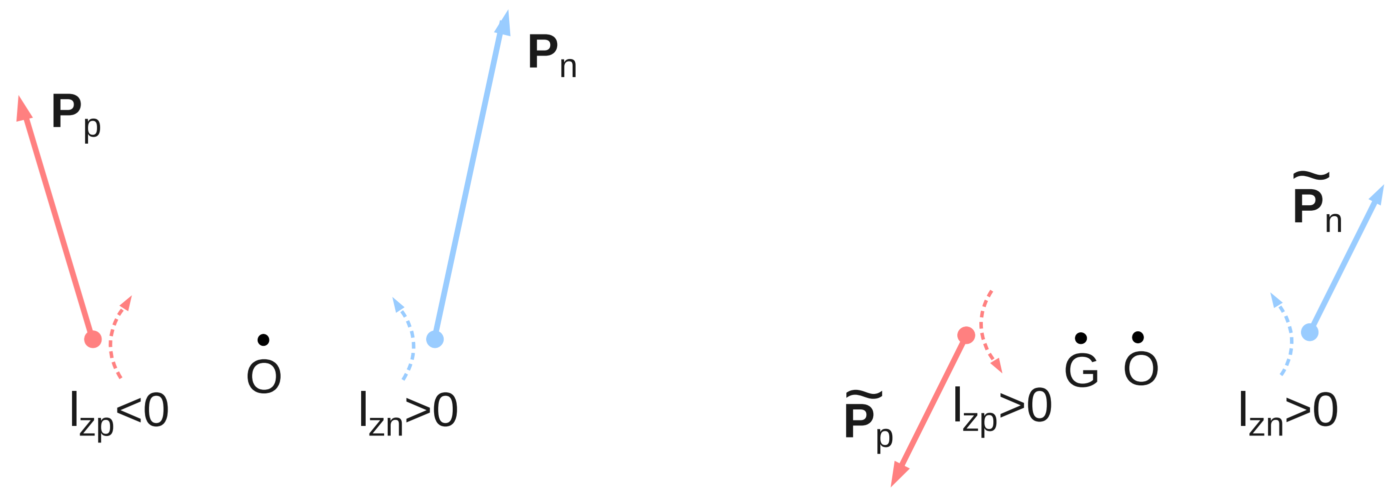
free contra-rotation (R$_1$ symmetry case)



scissors mode

3. 重心運動の除去は状況を本質的には変えない

スピンを持たない２粒子系



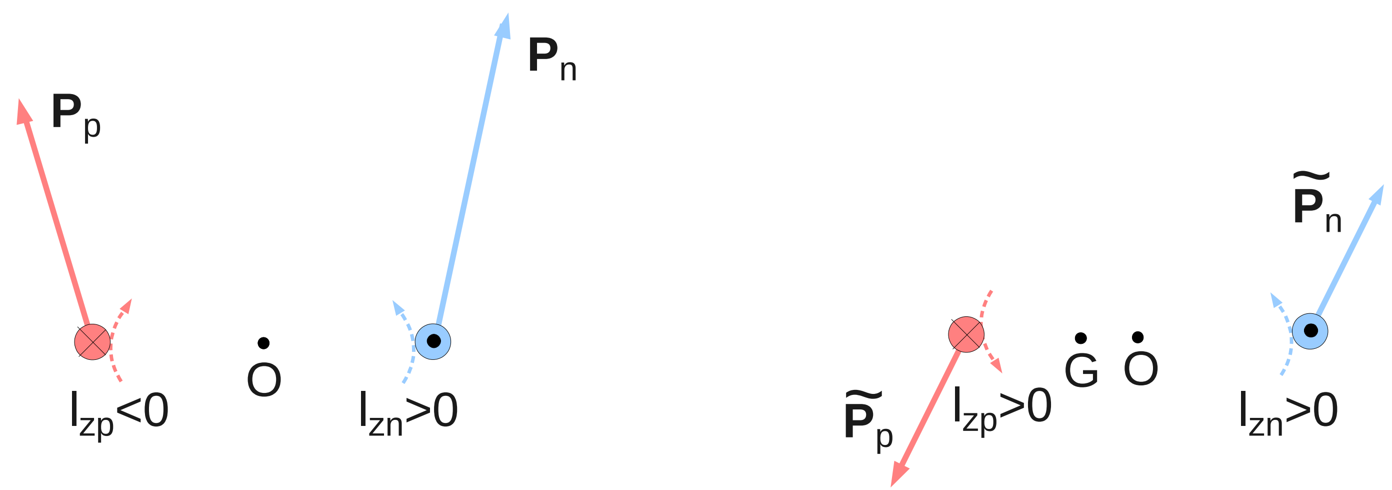
実験室系（平均場の静止系）　　　　　　　　重心座標系

で p と n が逆向きに回っているとき　　　　では p と n は同じ向きに回る。

Marshalek の主張　$$m_n \tilde{l}_p = m_p \tilde{l}_n$$　が常に成立する。

（注）～を上に乗せた記号は重心座標系でのベクトル

スピンを持つ２粒子系



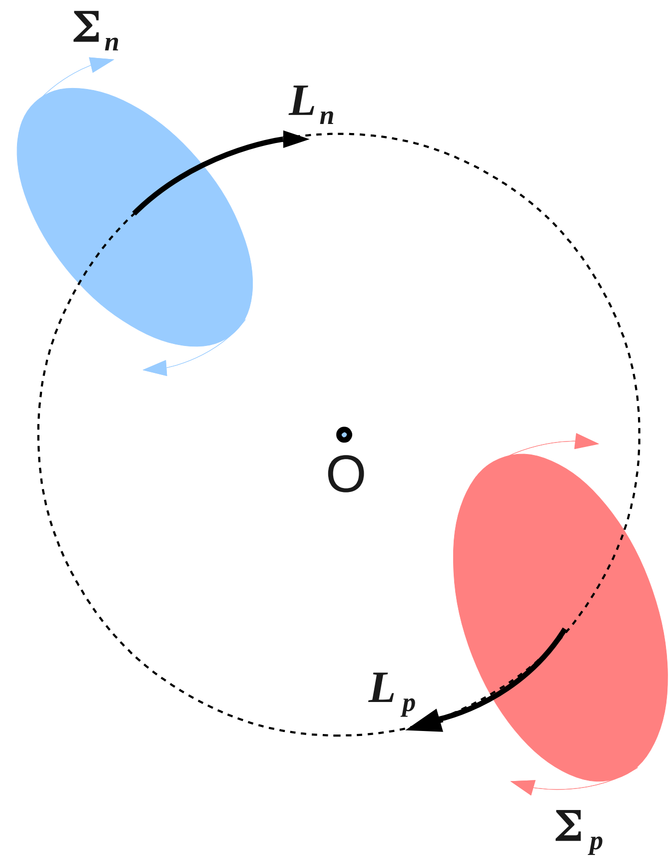
実験室系（平均場の静止系）　　　　　　重心座標系

スピンは座標原点の位置・速度に依存しないので、重心座標系に移っても変化しない。

$$\boldsymbol{j}_\tau=\boldsymbol{l}_\tau+\boldsymbol{s}_\tau,\ \tilde{\boldsymbol{j}}_\tau=\tilde{\boldsymbol{l}}_\tau+\boldsymbol{s}_\tau\quad(\tau=p,n)$$

s が大きければ ***l*** の向きは揃っても、 ***j*** の向きは逆のままということが起きる。

多粒子系



$\tau = p, n$

$$J_\tau = L_\tau + \Sigma_\tau$$

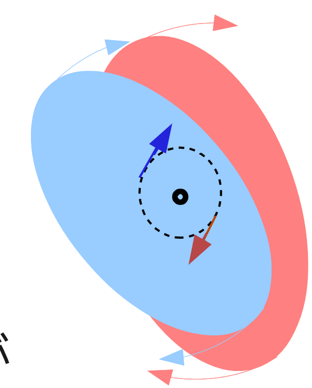
$$\tilde{J}_\tau = \tilde{L}_\tau + \Sigma_\tau$$

J_τ ： τ系の全角運動量

L_τ : τ系の重心 R_τ の運動に因る角運動量
天体ならば、公転の角運動量を表す。

Σ_τ : R_τ から見たτ系の全角運動量。
剛体ならば、自転の角運動量を表す。
座標原点の位置・速度に依存しない。
スピンを持たない２粒子系ではゼロとなる。

$\tilde{J}_\tau, \tilde{L}_\tau$ ：全系（p+n 系）の重心から見た J_τ, L_τ



Marshalek の関係式は $N_n m_n \tilde{L}_p = N_p m_p \tilde{L}_n$ に拡張されて成立するが

$|\Sigma_\tau| \gg |\tilde{L}_\tau| \sim |L_\tau|$ であるため　（次のスライド）

$J_\tau \approx \tilde{J}_\tau$ となる。ゆえに、J_p, J_n が逆向きなら $\tilde{J}_p, \tilde{J}_n$ も逆向きのままである。

Proof of $|\boldsymbol{\Sigma}_\tau| \gg |\boldsymbol{L}_\tau| \sim |\tilde{\boldsymbol{L}}_\tau|$

$$N = N_\mathrm{p} + N_\mathrm{n},\ m = m_\mathrm{p} = m_\mathrm{n}$$

$$\boldsymbol{R} = \frac{1}{N}\sum_i \boldsymbol{r}_i, \qquad \tilde{\boldsymbol{r}}_i = \boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{R}, \qquad \boldsymbol{P} = \sum_i \boldsymbol{p}_i, \qquad \tilde{\boldsymbol{p}}_i = \boldsymbol{p}_i - \frac{1}{N}\boldsymbol{P}.$$

$$\boldsymbol{R}_\tau = \frac{1}{N_\tau}\sum_{i\in\tau} \boldsymbol{r}_i, \qquad \boldsymbol{P}_\tau = \sum_{i\in\tau} \boldsymbol{p}_i, \qquad \boldsymbol{L}_\tau = \boldsymbol{R}_\tau \times \boldsymbol{P}_\tau,$$

$$\tilde{\boldsymbol{R}}_\tau = \frac{1}{N_\tau}\sum_{i\in\tau} \tilde{\boldsymbol{r}}_i, \qquad \tilde{\boldsymbol{P}}_\tau = \sum_{i\in\tau} \tilde{\boldsymbol{p}}_i, \qquad \tilde{\boldsymbol{L}}_\tau = \tilde{\boldsymbol{R}}_\tau \times \tilde{\boldsymbol{P}}_\tau.$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_\tau = \sum_{i\in\tau} (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{R}_\tau) \times \left(\boldsymbol{p}_i - \frac{1}{N_\tau}\boldsymbol{P}_\tau\right) + \sum_{i\in\tau} \boldsymbol{s}_i = \sum_{i\in\tau} \left(\tilde{\boldsymbol{r}}_i - \tilde{\boldsymbol{R}}_\tau\right) \times \left(\tilde{\boldsymbol{p}}_i - \frac{1}{N_\tau}\tilde{\boldsymbol{P}}_\tau\right) + \sum_{i\in\tau} \boldsymbol{s}_i$$

$$\boldsymbol{J}_\tau = \sum_{i\in\tau} \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{p}_i = \boldsymbol{L}_\tau + \boldsymbol{\Sigma}_\tau, \qquad \tilde{\boldsymbol{J}}_\tau = \sum_{i\in\tau} \tilde{\boldsymbol{r}}_i \times \tilde{\boldsymbol{p}}_i = \tilde{\boldsymbol{L}}_\tau + \boldsymbol{\Sigma}_\tau.$$

Assuming independent particle motions, locally isotropic momentum distributions, and no spins,

and using $\quad \bar{r}^2 = \langle \boldsymbol{r}^2 \rangle, \qquad \bar{p}^2 = \langle \boldsymbol{p}^2 \rangle, \qquad \alpha = \dfrac{\langle \boldsymbol{r}^2 \boldsymbol{p}^2 \rangle}{\bar{r}^2 \bar{p}^2} - 1,$ $\quad$ **we have obtained**

$$\langle \boldsymbol{L}_\tau{}^2 \rangle = \tfrac{2}{3}\left(1 + \frac{\alpha}{N_\tau}\right)\bar{r}^2\bar{p}^2,$$

$$\langle \tilde{\boldsymbol{L}}_\tau{}^2 \rangle = \tfrac{2}{3}\left(1 - \frac{N_\tau}{N}\right)\left[1 - \frac{N_\tau}{N} + \frac{\alpha}{N_\tau}\left(1 - 3\frac{N_\tau}{N} + 3\frac{N_\tau^2}{N^2}\right)\right]\bar{r}^2\bar{p}^2,$$

$$\langle \boldsymbol{\Sigma}_\tau{}^2 \rangle = \tfrac{2}{3}\left[N_\tau - 1 + \alpha N_\tau\left(1 - \frac{1}{N_\tau}\right)^2\right]\bar{r}^2\bar{p}^2,$$

which we have reconfirmed by means of Monte-Carlo integrals for test cases.
These results mean $\langle \boldsymbol{\Sigma}_\tau^2 \rangle \sim \mathcal{O}(N_\tau), \quad \langle \boldsymbol{L}_\tau{}^2 \rangle \sim \langle \tilde{\boldsymbol{L}}_\tau{}^2 \rangle \sim \mathcal{O}(1).$

4. 角度と角運動量の不確定性関係

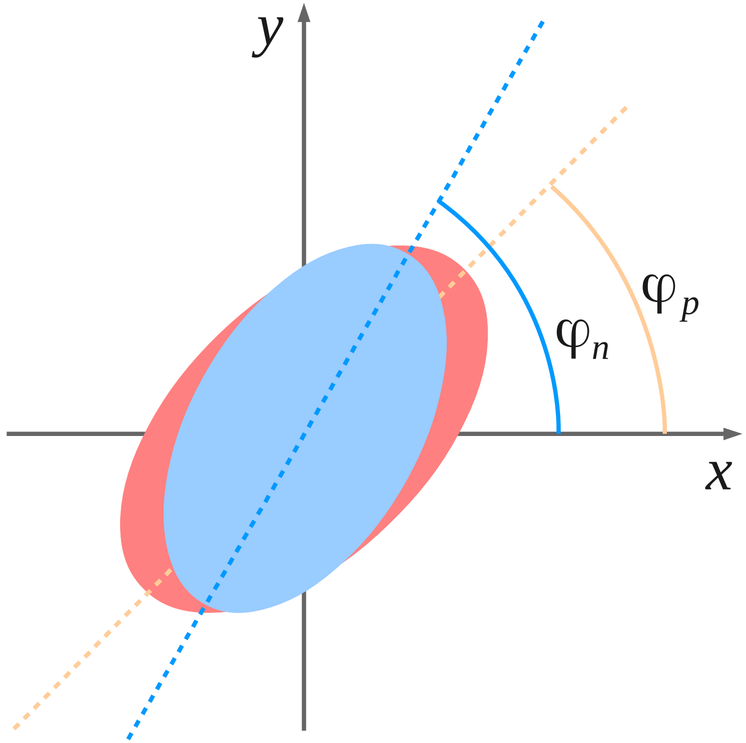
２回転子模型

　　２次元（ xy 平面内の）回転

波束を準備し、角運動量射影して
得られた状態を調べる。

２次元なので、以下では
I を *m* と書く。

差し当たって
ハミルトニアンは使わないが、
下記のようなものを想定して
考察を進めてきた。



$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_\mathrm{p}}\frac{\partial^2}{\partial {\varphi_\mathrm{p}}^2} - \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_\mathrm{n}}\frac{\partial^2}{\partial {\varphi_\mathrm{n}}^2} + V\left(\varphi_\mathrm{p} - \varphi_\mathrm{n}\right), \qquad (\mathcal{I}_\mathrm{p} = \mathcal{I}_\mathrm{n})$$

小さい全角運動量への射影

$$\left.\begin{array}{lll} \text{「平均の角度」} & \Phi = \frac{1}{2}\varphi_{\rm p} + \frac{1}{2}\varphi_{\rm n} \\ \text{全角運動量} & \hat{M} = \hat{m}_{\rm p} + \hat{m}_{\rm n} \end{array}\right\} \text{正準共役}$$

$$\Downarrow$$

$$m_{\rm p} + m_{\rm n} = (\text{絶対値の小さい一定値}\ M)$$

2回転子間の強い束縛

$$\left.\begin{array}{lll} \text{相対角度} & \phi = \varphi_{\rm p} - \varphi_{\rm n} \\ \text{相対角運動量} & \hat{\mu} = \frac{1}{2}\hat{m}_{\rm p} - \frac{1}{2}\hat{m}_{\rm n} \end{array}\right\} \text{正準共役}$$

$$\Downarrow$$

小さい $\langle \phi^2 \rangle$

$$\Downarrow$$

大きい $\langle \hat{\mu}^2 \rangle$ (μ の強い混合)

$$\Downarrow$$

$m_{\rm p} - m_{\rm n}$ の値の強い混合

$$\Downarrow$$

左側の要請だけなら、$m_{\rm p} = m_{\rm n} = \frac{1}{2}M$ とすればエネルギーが最も低くなるが、
右側の要請も満たすために、

$|m_{\rm p}| \gg M, \quad |m_{\rm n}| \gg M$ の成分まで含めて、
$m_{\rm p} \approx -m_{\rm n}$ を満たすような状態の重ね合わせとなる。

論文では、仮定した波束の形への依存性、状態空間を有限次元へ切断することの効果、 etc も論じた。

5. ２つの逆回転状態への分解

波束

$$f(\varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m e^{im\varphi}, \qquad f_m = \mathcal{N} e^{-a^2 m^2} \qquad \left(\sqrt{\langle \varphi^2 \rangle_f} \approx a, \quad \sqrt{\langle m^2 \rangle_f} \approx \frac{1}{2a} \right)$$

角運動量射影状態

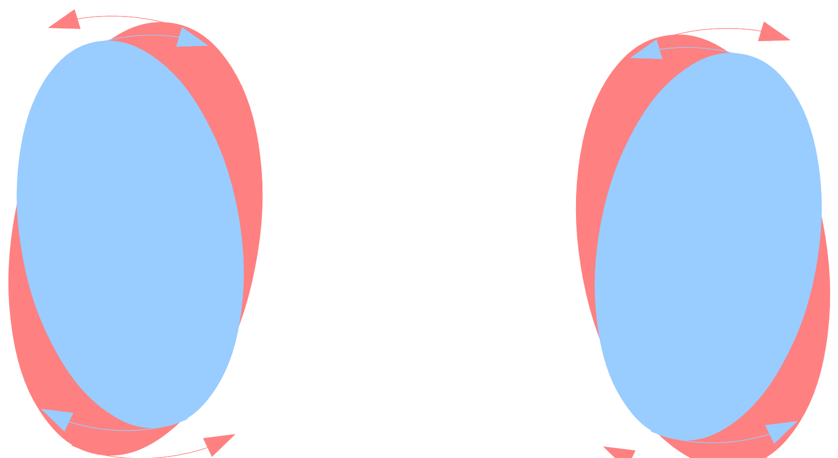
$$\Psi = \hat{P}_M f(\varphi_\mathrm{p}) f(\varphi_\mathrm{n}) = \sum_{m_\mathrm{p}=-\infty}^{\infty} \sum_{m_\mathrm{n}=-\infty}^{\infty} \delta_{m_\mathrm{p}+m_\mathrm{n},M} f_{m_\mathrm{p}} f_{m_\mathrm{n}} e^{i m_\mathrm{p} \varphi_\mathrm{p}} e^{i m_\mathrm{n} \varphi_\mathrm{n}}$$

逆回転状態への分解

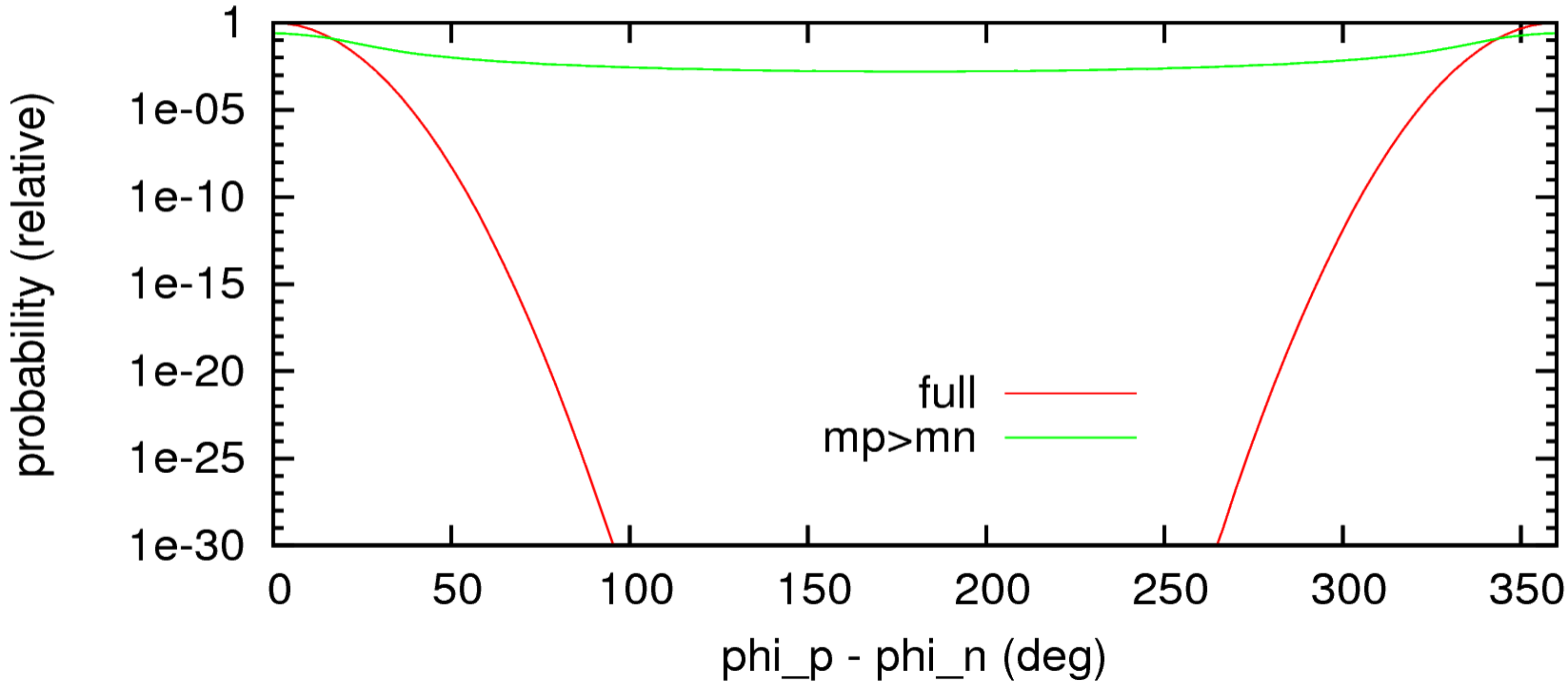
$$\Psi = \hat{P}_> \Psi + \hat{P}_\leq \Psi$$

$\hat{P}_>$: 部分空間 $m_\mathrm{p} - m_\mathrm{n} > 0$ への射影演算子

$\hat{P}_\leq$: 部分空間 $m_\mathrm{p} - m_\mathrm{n} \leq 0$ への射影演算子

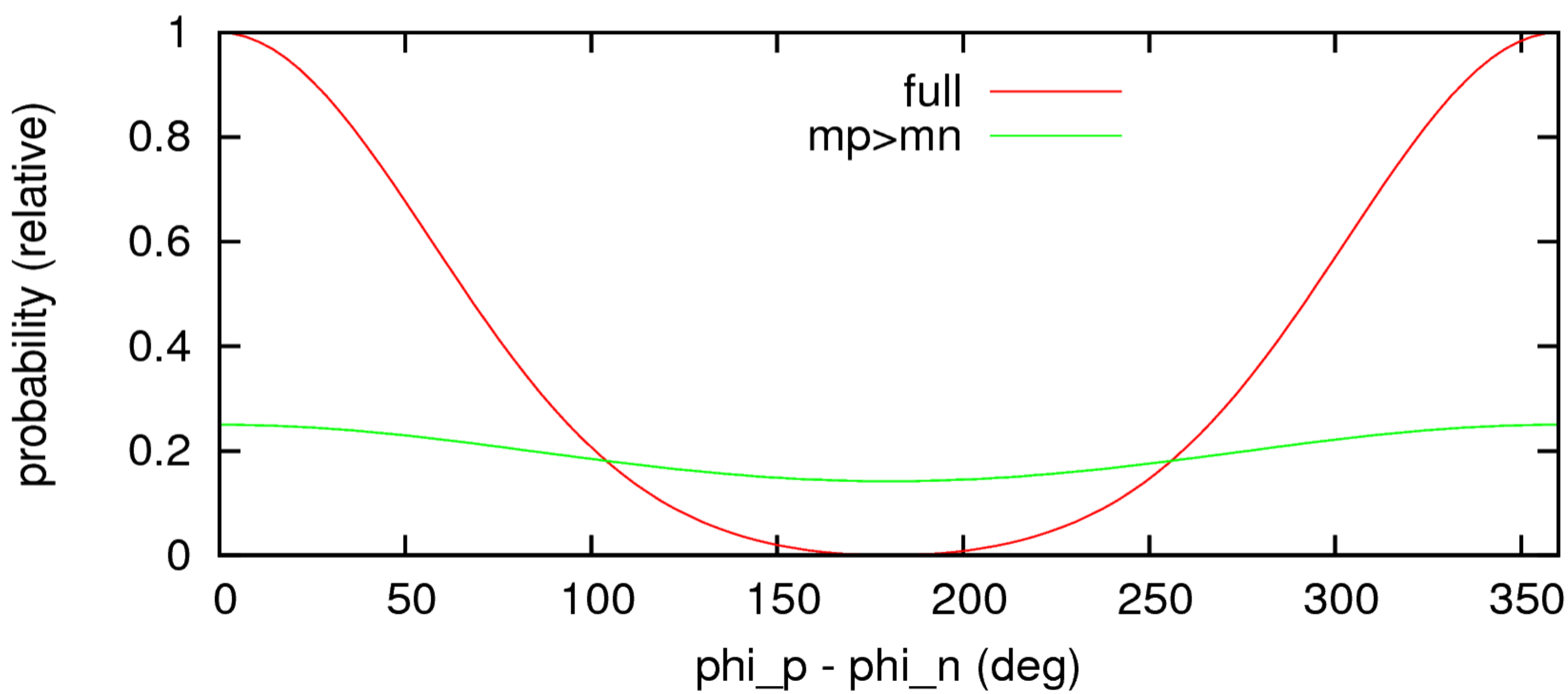


a=0.1, M=1



1
1e-05
1e-10
1e-15
1e-20
1e-25
1e-30
probability (relative)
0
50
100
150
200
250
300
350
phi_p - phi_n (deg)
full
mp>mn

a=0.7, M=1



1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
probability (relative)
0
50
100
150
200
250
300
350
phi_p - phi_n (deg)
full
mp>mn

まとめ

１．　低角運動量に射影された変形核の平均場解では、陽子および中性子の角運動量は逆方向を向く相関があるが、これは、重心運動の影響を除去しても解消されない。

２．　この相関は、陽子および中性子の変形楕円体の方向が揃うことへの量子力学的不確定性関係による代償として、両者の相対角運動量が強く混合するために生じるものであり、何ら不審なことではない。

３．　強い相関を持つ２回転子の状態を「陽子・中性子の逆回転状態」および「その陽子と中性子の回転方向を交換した状態」の２成分に分解すると、それぞれの成分は、元の状態ほど強くは $\Phi = \varphi_p - \varphi_n$ が局在せず、場合によっては自由な逆回転のようにフラットな分布に近い Φ 分布になることがある。軽い核の変形状態に当てはまるかもしれない。