

為替レートのゆらぎと予測

2002年 2月

福井大学

工学部

応用物理学科

中川 英紀

庭本 克則

目次

序章	p1
第一章、価格の決定メカニズムと臨界現象	p4
第二章、円ドルレートの性質 (中川)	p10
2-1、為替レートの重要性	p11
2-2、データの説明	p11
2-3、過去30年間の円ドルレートの推移	p14
2-4、円ドルレートのフラクタル性	p14
2-5、為替変動率の分布	p17
第三章、為替レートの予測 (中川)	p20
3-1、完全予知が可能な場合	p21
3-2、ランダムに両替する場合	p23
3-3、過去のデータから予測する場合	p24
第四章、多国間の場合 (庭本)	p29
4-1、多国間の場合を研究する目的	p30
4-2、多国間で完全予知が可能な場合	p34
4-3、多国間でランダムに両替する場合	p35
第五章、主要通貨に対する各国通貨のゆらぎと関連性 (庭本)	p38
5-1、主要通貨に対する各国通貨のゆらぎ	p39
5-2、ゆらぎの大きい通貨とゆらぎの小さい通貨との比較	p45
第六章、結論	p47
謝辞	p49
参考文献	p50
付録 (プログラムリスト)	p52

序章

コンピュータの発達による人知の拡大の一環として、「複雑系科学」と呼ばれる分野はめざましい勢いでその研究対象をひろげてきた。旧来の物理学の研究対象になじまない複雑な物質への取り組みに始まり、ほどなく物質世界を抜けだして、生物個体を構成要素とする生態系モデルなどに大挙して進出し、さらに、経済のような人間活動にまでその対象をひろげてきた[1,2]。

その成果のひとつに、経済学の基本のひとつである「需要と供給の均衡論」[3] の新しい解釈がある。従来は力の釣り合いという概念で商品の価格の決定のメカニズムが語られていたのであるが、数年前から、バネと錘のような少数自由度の系よりも、統計力学の対象である大自由度の系のほうが、経済現象へのアナロジーがよく成り立つと言われ出したのである。

原子・分子という意志のない構成要素の集まりを対象とする統計力学が、個々人が自由意志をもっている人間の集まりである社会を対象にできるだろうかという根本的な疑問は確かに意味のある問い合わせである。しかし、個々人の動きに法則性を見出すことは難しいかもしれないが、集団になると、個人の個性の影響は打ち消されて集団としてのふるまいに法則性があらわれてくると期待することは自然なことである。実際、保険業界や金融業界では古くから数学科の卒業生を雇用して人間集団の活動についての確率計算を行なうことで利益を確保してきたのである。

数年前に登場した統計物理学から経済現象への新しい応用とは、この種の伝統的な保険・金融数学の確率計算を越える内容をもつ。すなわち、従来の保険・金融数学では個々人のゆらぎはランダムなものと仮定されてきたが、実は完全にランダムなものではなく、相互作用しあうことで相転移現象などの顕著な協力現象を起こしうるものであるとしてとらえる考え方なのである。そして、例えば商品の価格の決定メカニズムは、需要超過相と供給超過相の境目の二次相転移状態が自律的に実現されている自己組織化臨界現象[4]としてとらえるべきであり、この描像によってはじめて価格が一般に持つ大きなゆらぎがよく理解できるのである[5]。

統計物理学の経済現象への応用を今後さらに押し進められるかどうかは確言できない。たとえば、二次相転移点で出現する系サイズに匹敵する大きさのクラスターは大企業や国家に対応するのかもしれない。そうだとすれば、それらは独自の意志を持つと考えるべき

である。そのような少数の大クラスターのもつ自由意志を統計力学のルーチンに則って大自由度を仮定して平均化することは正当化されないかもしれない。このような困難が立ちはだかって、統計力学の適用はこれ以上はおしすすめられないかもしれない。しかし、強調しなければならないのは、だからといって「個々人の自由意志を無視しては何も結論できない」というような、人知による理解を最初から放棄してしまう不可知論者の態度をとるべきではないことである。なぜなら、そのような態度をとった場合と較べて、はるかに豊かな理解が達成できているからである。したがって、もし統計物理学がこれ以上役割を果たせないならば、よりひろく物理全体からそして物理以外からも類推を求めて、経済現象を数理的に理解する試みをたゆまず続けていくことが科学者のとるべき態度であると思われる。

現在、世界経済は、コンピュータの発達による情報技術の革新により、グローバル化への道を進んでいる。しかし、それにともなう軋轢は大きく、様々な反動、例えば、小さい経済圏にとって世界経済のゆらぎは嵐のように激しい影響を及ぼすので、地域の経済が破壊されないように、地域でのみ流通する独自の通貨を発行して世界経済からの分離をはかるような動きをひきおこしている[6]。グローバル化のさらなる進展によって経済の内包するゆらぎの性質が変化して現在よりさらに危機的な状況をもたらしうるのか、また、それに対してどのような回避策がありうるのかを考えておくことは、全人類的価値をもつ課題である。

そのような課題のうち、物理学からの新しいアナロジーがなりたつ可能性のあるものに、各国通貨の価値の基準決定の問題(【補足】参照)があると考え、我々は経済物理学について調べ始めた。我々がこの卒業研究でなしえたことは、この課題自体に取り組む段階には達しなかったが、その予備的研究として、まず、過去30年間の円・米ドルの為替レートの日変化データを分析して、経済物理学の大きな成果である二次相転移現象の臨界ゆらぎの特徴を備えているかどうかを確かめたことである。次に、そのようにして確認された統計的性質が、現実の経済活動にどのような影響を及ぼすのかを見るため、外国為替変動を利用して両替を繰り返したら資産はどのように変化するかをシミュレーションしたことである。さらに多国間の為替変動の統計的性質を二国間の場合との比較・検討を通じて研究したことである。

【補足】

我々は次のような描像にもとづいてこのアナロジーを思い付いた。すなわち、力学における質点系の重心は、外力が働くなければ、相対運動の激しさに関係なく等速度運動あるいは静止状態を継続する。一方、通貨の売買の市場における各国通貨の交換レートの変動

は、通貨を質点、通貨交換レートの対数値を質点の位置座標とすれば、為替レートという数値によって質点間の相対運動のみがわかっている状況とみなすことができる。国際通貨市場において人間は、力学における質点系の重心のような基準点は不明のまま、相対運動としての交換レートの複雑な変動にふりまわされるとたらえようというのである。そこで、もし相対運動を観察することで各質点の質量が決定できるなら、とりもなおさず質点系の重心が決定できて、通貨の価値を重心という不動の基準点から眺めることができるようになる。なお、このようにして決定した重心が少なくとも短期的には不動とみなせると期待できる理由は、通貨レートの変動の原因である通貨の交換の大部分は、(外力にあたる)実体のある経済活動の要求に基づくものではなく、(内力にあたる)通貨の投機的交換に起因するからである。このようにして、質点系との類推を通じて各国通貨の価値の基準を決めることができれば、その効用は大きく、例えば、為替変動の影響を強くうける多国籍企業の業績を安定させ、また電子マネーの発達とともに今後出現すると思われる企業独自の通貨[7, 8]の信頼性を高めることができるだろうと我々は期待する。なぜなら、各国通貨の「質量」にあたる量の比にしたがって企業の資産を各国に配分すれば企業の全資産額は基準である重心と同じ変化をすることになるからである。

第一章

価格の決定メカニズムと臨界現象

今日、日本は経済の混迷に直面している。その根本的な原因のひとつに景気の複雑なゆらぎに対して一貫した視点をもたず、その場しのぎの政策をとってきたことがあげられる。景気の動向は議論するには複雑すぎるので、以下では、ひとつの商品の価格の決定について、従来の経済学と新しい経済物理学とでどのように異なった見方をするか説明してみよう。

経済学において、商品の価格決定のメカニズムとしてもっとも基本的な説は、需要と供給の均衡によって価格が決まるとするものである[3]。図1を用いてこの説を解説する。

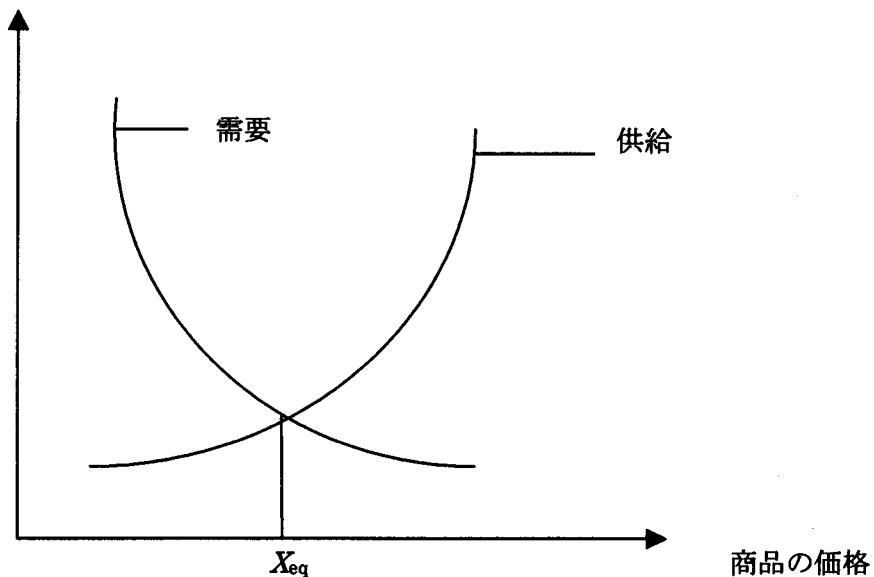


図1 需要と供給の図

図1のグラフの横軸は商品の価格であり、縦軸はその商品の需要量および供給量を表す。需要量とは、その商品の価格が指定されたときに、消費者がその価格ならその商品をどれだけ買いたいと考えるかを表す。供給量とは、生産者がその価格ならその商品をどれだけ生産して市場に出荷したいと考えるかを表す。

消費者の立場にたって考えると、ある商品の価格が高くなるとなんらかの節約法を工夫してその商品の使用量を少なくするように努力すると考えられるから、「需要量は商品の価格の減少関数である（価格が高くなるほど需要量は減少する）」と考え

るのが自然である。逆に生産者の立場にたって考えると、ある商品の価格が高騰すると、生産量が同じとしても商品1個あたりを販売することによる利益が大きくなるので総利益も増えるのだが、さらに貪欲に生産力を増強させたり他の商品の生産施設をその商品の生産に振り替えたりして、その商品の生産量を増やそうとするのは自然なことと考えられる。したがって、「供給量は価格の増加関数である（価格が高くなるほど供給量は増加する）」と考えるのが自然である。

図1において、点 X_{eq} が需要量と供給量の等しくなる価格を表す。

この点において供給量と需要量は等しいので価格が変化しなければならない理由は特にない。しかし、もし価格が X_{eq} より高いとするならば（供給量）>（需要量）となり（供給量）-（需要量）は正となり、商品が売れ残って余るので、在庫が蓄積していく。

在庫をもつことは経費がかかるし、また、その商品の使用期限を過ぎた在庫は商品としての価値がなくなるので、生産者側は在庫を売りさばく必要がある。在庫を売るためには、需要量を上げなければならず、そのためには、価格を下げる必要である。したがって、価格は X_{eq} に向かって下落していくはずである。

逆にもし価格が X_{eq} より低いとするならば（供給量）<（需要量）となり商品が不足した状態になっていく。生産者側は需要量が多いということで商品の価格を上げ商品をたくさん生産しようとする。したがって価格は X_{eq} に向かって上昇していくはずである。したがって、供給量と需要量の等しくなる点は、安定な均衡点である。ここで安定であるとは、均衡点からのずれが生じたとき、それを均衡点に引き戻すような自律的メカニズムがあることを意味する。

この需要と供給の釣り合い説は、古典力学におけるバネの釣り合いと極めて類似している。

このことを以下で説明する。

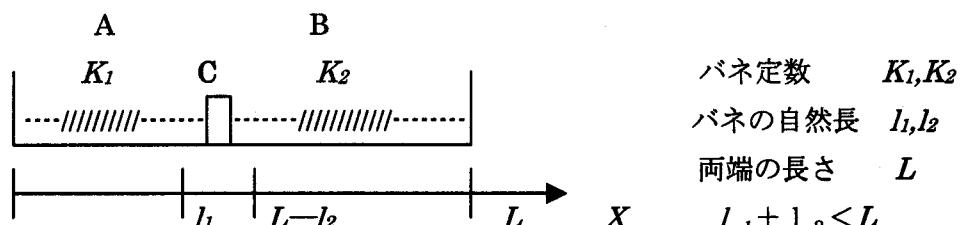


図2 バネの釣り合い

図2は古典力学に於けるバネの釣り合いを表した。両端を固定したバネA,Bがありバネの自然長をそれぞれ l_1, l_2 バネ定数を K_1, K_2 とする。バネA,Bの間には質量を無視した物体Cがあるとする。 $l_1 + l_2 < L$ （即ち、釣り合いの位置でバネはすでに伸ばされた状態にある）とし、抵抗などはないとする。

バネの結節点の座標が X であるときのバネ A のポテンシャルエネルギー E_1 、バネ B のポテンシャルエネルギー E_2 は下式で与えられる。

$$E_1 = \frac{1}{2} k_1 (x - l_1)^2 \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{1}{2} k_2 (L - l_2 - x)^2 \quad (2)$$

このときに於けるバネ A、バネ B が結節点に及ぼす力をそれぞれ F_1 、 F_2 とすると、それらは下式で与えられる。

$$F_1 = -\frac{dE_1}{dx} = -k_1 (x - l_1) \quad (3)$$

$$F_2 = -\frac{dE_2}{dx} = k_2 (L - l_2 - x) \quad (4)$$

バネ A とバネ B が及ぼす力の合力を F とすると

$$F = F_1 + F_2 = - (k_1 + k_2) x + k_1 l_1 + k_2 (L - l_2) \quad (5)$$

平衡位置 X_{eq} はバネの合力は 0 になる点であるから

$F = 0$ より

$$x = \frac{k_1 l_1 + k_2 (L - l_2)}{k_1 + k_2} \quad (6)$$

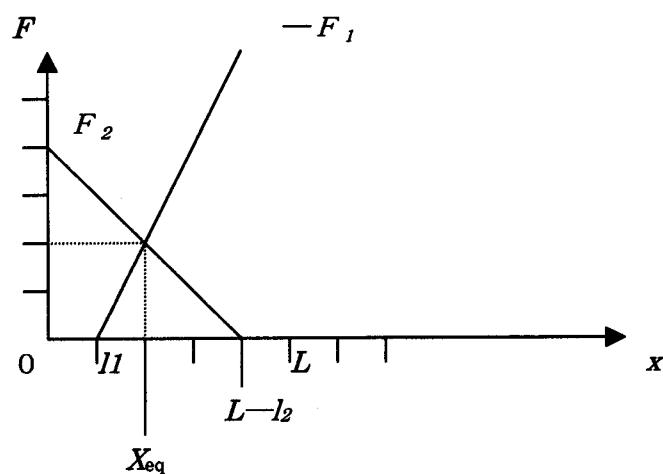


図3 バネの及ぼす力の釣り合い

図3は $l_1 = 1$ $l_2 = 1$ $k_1 = 2$ $k_2 = 1$ として $-F_1$ と F_2 の釣り合いを描いたグラフである。Y軸を結節点に働く力 F 、X軸を結節点の位置とした。

この様になり経済学の需要と供給の均衡はバネの力の釣り合い現象とみなせることがわかる。

しかし、経済学の需要と供給の関係はばねの力の関係のような自由度1のものではなく、需要超過層と供給超過層の相転移ととらえた方がそのゆらぎの性質を理解しやすいと、物理学の立場からここ数年主張されている。[1, 2]というのは、相転移点において臨界ゆらぎといわれる大きなゆらぎがある為である。

市場が自由であればあるほど臨界現象の描像が良く当てはまるようになり、最も自由で制限の無い市場は金融機関同士の通過の売買の市場で為替レートのゆらぎは臨界ゆらぎをはっきり示していると期待される。

【補足】

この節を終わる前に、需要と供給は力に対応するのであってバネのポテンシャルエネルギーに対応するのではないことを確認しておこう。

では、バネのエネルギーの和の場合ではどうなるだろう？

バネA, バネBの全ポテンシャルエネルギーをEとすると

$$E = E_1 + E_2 = \frac{1}{2} (k_1 + k_2) \left\{ x - \frac{k_1 l_1 + k_2 L - k_2 l_2}{k_1 + k_2} \right\}^2 - \frac{1}{2} \frac{(k_1 l_1 + k_2 L - k_2 l_2)^2}{k_1 + k_2} + \frac{1}{2} (k_1 l_1^2 + k_2 L^2 - 2k_2 L l_2 + k_2 l_2^2) \quad \dots \quad (7)$$

となる。

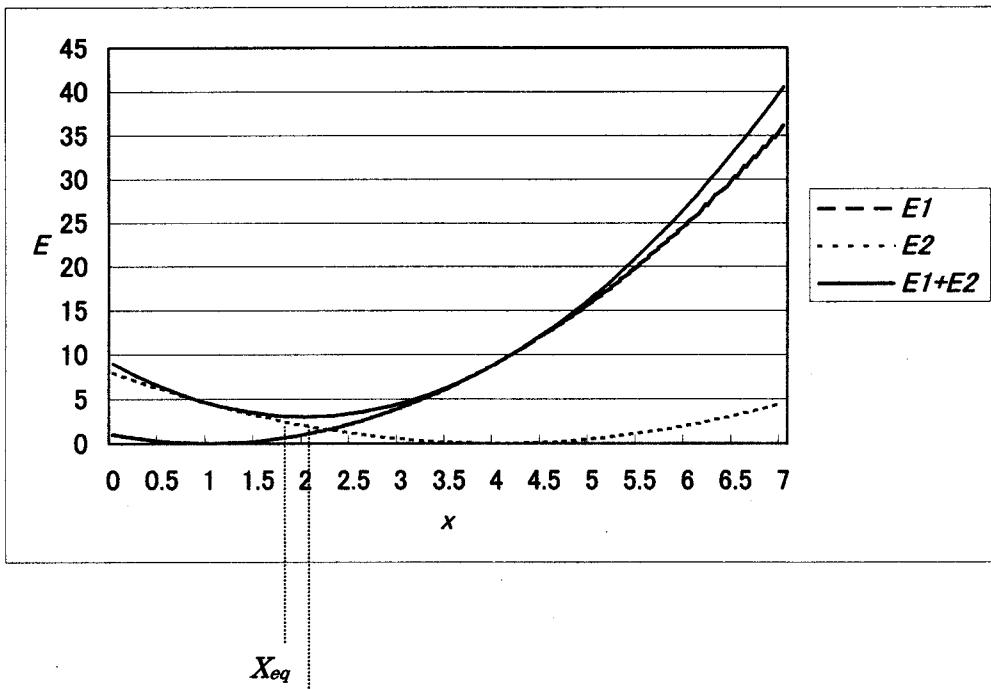


図4 E_1, E_2, E_1+E_2 のグラフ

図4は $L=5 \quad l_1=1 \quad l_2=1 \quad L-l_2=4 \quad k_1=2 \quad k_2=1$ として E_1, E_2, E_1+E_2 を x の関数として描いたものである。 E が最小となる x は $x=\frac{k_1l_1+k_2L-k_2l_2}{k_1+k_2}=2$

でこれは力の釣り合う点 X_{eq} に一致している。しかし、 $E_1=E_2$ となる点は $x=-2+3\sqrt{2}$ であってこれは X_{eq} には等しくないのである。

この様にエネルギーで考えるとバネA、バネBのポテンシャルが一致している点はポテンシャルエネルギーの最小値である釣り合いの点とは異なっている。よって、経済学での需要と供給の均衡はバネのエネルギーの釣り合い現象とみなすことは出来ない。

第二章

円ドルレートの性質

2-1 為替レートの重要性

円ドルレートや株価が大きく変動した日には、テレビや新聞などのニュースはその事でもちきりとなる。しかし投資家にとって重要な問題かもしれないが一般の人にとっては為替というものは外国旅行をする時ぐらいしか注意を払わないし株を持っていなければ株価の上下はあまり意味を持たない情報である。しかしながらそのような投資家の間のお金のやりとりがトップニュースになるのだろうか。その理由を外国為替を例にとり考えたい。

円が高くなると外国の商品が安くなり、高級な輸入品も手ごろな値段で手に入るようになるだろう。しかし日本製品は高くなり、海外での売れ行きがさがる。その結果、輸入産業は繁盛し、新しい会社もできるだろうが、輸出産業や製造業などは不景気になり破綻する企業もでてくるだろう。このことを考えると一般の人にとっても国全体の産業構造の変更を余儀なくされ為替の変動は重大な事である。

では実際に為替変動の中に存在するゆらぎの性質を調べてみよう。

2-2 データの説明

為替変動データとしては、

米国連邦準備制度委員会(Board of Governors of the Federal Reserve System)がインターネット上で公開しているデータを利用した[9]。ちなみに、"The Federal Reserve (Bank)"とは米国の中央銀行のことである。このデータは、世界の 28 カ国の通貨の米ドルに対する交換レートのニューヨークでの正午の値

(Noon buying rates in New York for cable transfers payable in foreign currencies)

を 1970 年 1 月 4 日から毎日記録したものである。ただし土・日や米国の休日などの取り引きのない日のデータはない。

なお、対ドルレートがわかっていてれば、任意の 2 カ国の通貨の間の交換レートはそれぞれの対ドルレートの比をとることで計算できる。また、このようにドルを経由して交換する場合のレートと、2 通貨を直接交換する場合の交換レートとが一致しないような状況、3 通貨間の 3 つの交換レートの値が首尾一貫しない状況は、もし起きたとしても極めて短時間で解消してしまうので、起こらないと考えてよい。

【補足】

円を例にとると、データで与えられた交換レートが、(1 円の価値)/(1 ドルの価値) なのか、あるいは、(1 ドルの価値)/(1 円の価値) を表すのかを誤認しないよう、他のデータとの比較をして確かめることが大切である。

我々の利用した米国連邦準備制度委員会のデータは、円ドルレートの場合は、下記のようなテキストファイルとして与えられている。

JAPAN .. SPOT EXCHANGE RATE, YEN/US\$	
<hr/>	
1-Jan-90	ND
2-Jan-90	146.2500
3-Jan-90	145.7000
4-Jan-90	143.3700
(以下省略)	

左側のコラムが日付を表し、右側のコラムが為替交換レートを表していることは明らかである。さらに、ヘッダー行の「SPOT EXCHANGE RATE, YEN/US\$」という記載は、円とドルという二つの単位のあいだの換算係数が下の表に与えられているということを意味しているとされる。即ち、単位を角括弧 [..] の中に入れて表すと、

$$146 \text{ [円]} = (\text{換算率}) \times 1 \text{ [ドル]}, \quad (\text{換算率}) = 146 \text{ [円/ドル]} \quad \dots \quad (8)$$

という式で使う換算率を与えていることになる。

しかし、もし、ヘッダー行の「EXCHANGE RATE」という部分をよみおとし、「YEN/US\$」という記載を、「円 割る ドル」と読み、したがって「表の数字は、(1 円の価値)/(1 ドルの価値)という無次元の数である」という意味になると、

$$1[\text{円}] / 1[\text{ドル}] = 146 \quad \dots \quad (9)$$

という式のように、逆の意味になってしまふし、単位を付けたとしても、

$$1[\text{円/絶対価値単位}] / 1[\text{ドル/絶対価値単位}] = 146 [\text{円/ドル}]$$

というように、146[円/ドル]という「数字も単位も同じ量」が、意味付けが「換算率」か「価値の比」かで正反対の意味を表すことになる。このような誤解がまれでないことからか、日本の新聞の為替レート欄では、

$$1 \text{ ドル} = 146 \text{ 円} \quad \dots \quad (10)$$

などという若干冗長な表現を、多数の通貨に対してあえて繰り返して記載することで、あいまいさを極力排除していることが多い。

また、米国連邦準備制度委員会のデータでは上記の「YEN/US\$」に相当する記載がどこにも見当たらない通貨がある。例えばヨーロッパ共同体の通貨「ユーロ」の場合がそうであり、我々は他の資料を参考にしてデータの値は、換算率[ドル/ユーロ]であることを確認した。

なお、多くの国の通貨のデータを見ると、どちらの通貨でどちらの通貨を割ったかは、例えば、換算率が1より大きくなるようにとのなどの簡単なルールによって決めているのではなく、なんらかの慣習にしたがって決めているように思われる。

また、日本のある商社のホームページの為替レートデータには、どちらをどちらで割ったかの記載がまったくなく、しかも「分母は日本円」というような統一性もないものがある。このことから、「データの記載においてはその意味を正確に記述すべきである」という発想を持たない人種の少なくないことが推測されて、経済データを利用する際の他のデータとの照合作業の不可欠性がよくわかる。

2-3 過去 30 年間の円ドルレートの推移

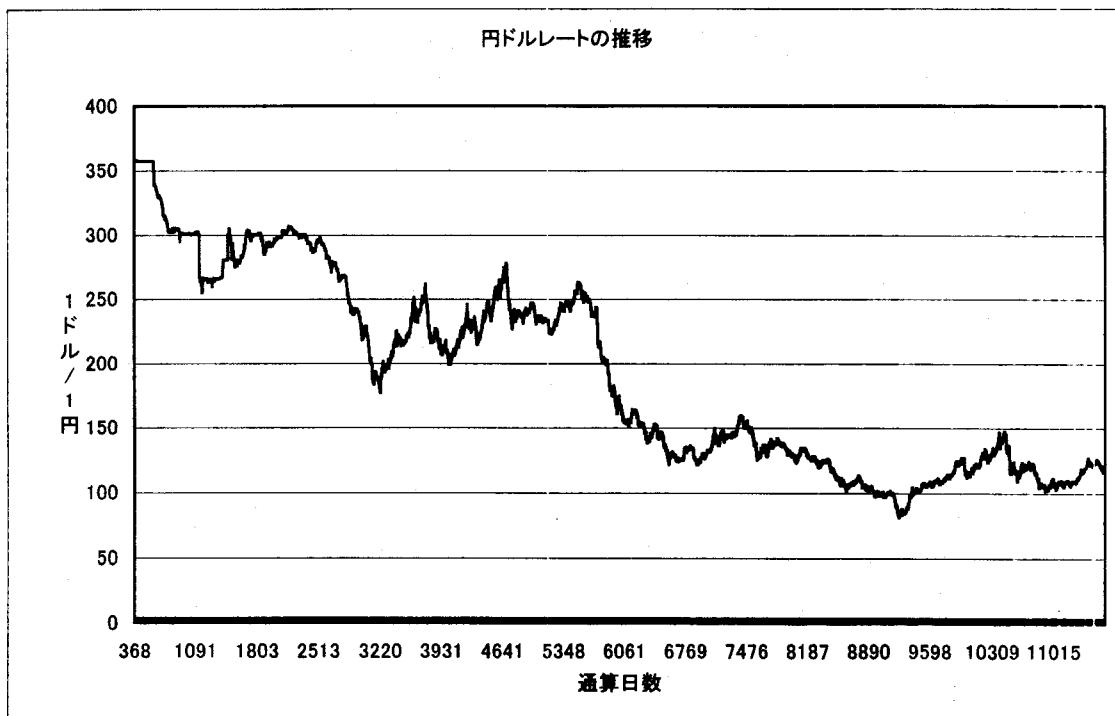


図 5 円ドルレートの推移

図 5 は横軸を 1970 年 1 月 1 日からの通算日数とし、縦軸を米ドルに対する円相場としてプロットしたものである。図 5 を全体的な傾向をみると 1 ドル 360 円から 120 円まで下がってきて、この 30 年で円の価値が上がってきたことは明らかにわかるが、大まかな傾向からゆらぎは複雑で規則性は簡単には見てとれない。

2-4 円ドルレートのフラクタル性

図 6 は円ドルレート曲線の形状の特徴が、時間スケールの変換に対して不変であることを示した図である。上段の図は、図 5 と同じく約 1 万日の期間のレートの変動を表している。横軸は 1970 年からの通算日数である。図 5 との違いは、1 万日から等間隔に 100 点のデータを選んでそれらだけを折れ線でつないで示したことである。

図6、a 円ドルレート

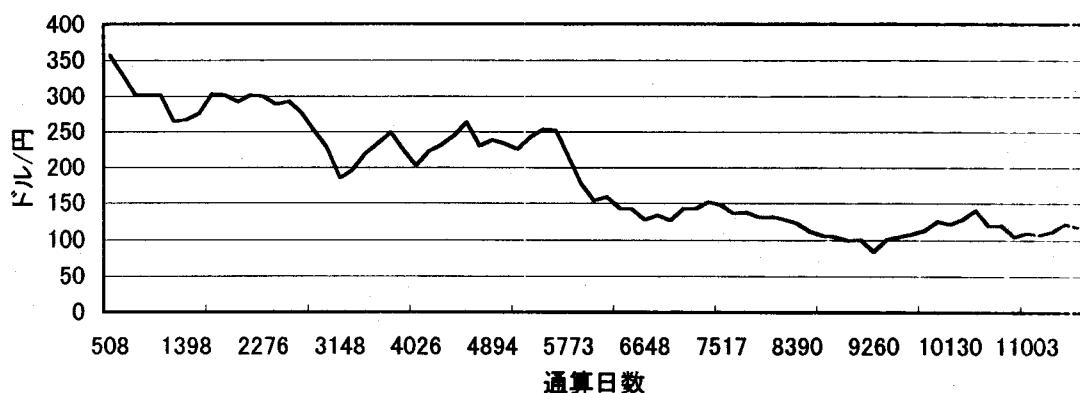


図6、b 円ドルレートの拡大1

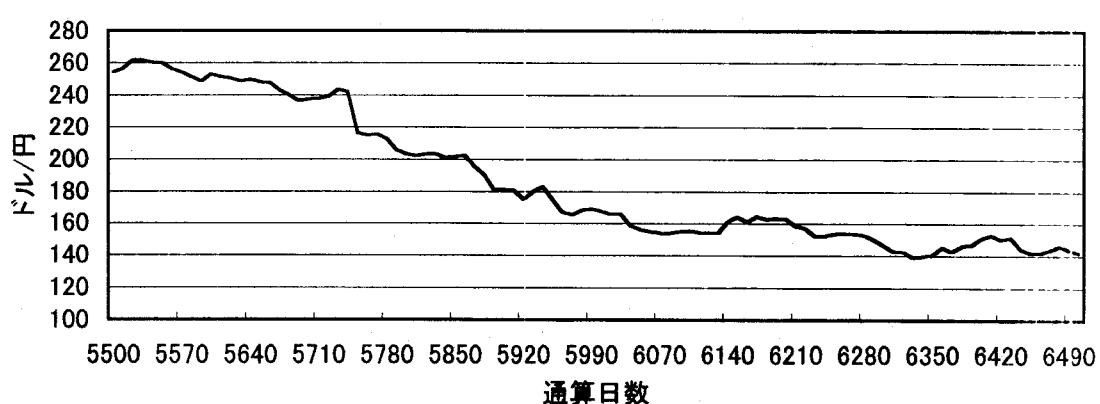


図6、c 円ドルレートの拡大2

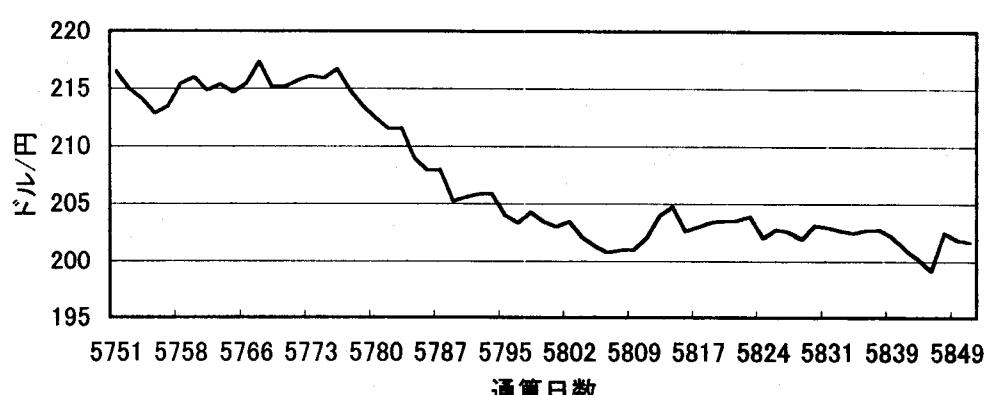


図6 円ドルレートの変動のフラクタル性

中段の図は上の図の 5500 日から 6500 日を拡大したもの、下の図は中段の図の 5750 日から 5850 日まで拡大したものである。それぞれ時間スケールが 10 倍ずつ拡大され、各期間で等間隔に 100 点選んで折れ線グラフにしたものである。三つのグラフを見比べるとスケールを変えても同じように見えることから、フラクタル性（自己アフィン性[10]）があると言える。

文献[11]に、数秒から一週間の変化で同様の結果が報告されているが、図 6 より長い期間の場合でも同じくフラクタル性が成り立つことを示している。

スケーリング則

	期間(日)	レート変動幅 (円)
図6,a	11000	268
図6,b	1000	122
図6,c	100	18

表 1 図 6 における円ドルレートの変動幅と、その時の日数

では上の図におけるフラクタル性をもっと具体的に示してみる。Y を期間、x をレート変動幅として下式のようなスケーリング則が成り立つと仮定してみる。

$$y = kx^a \quad (11)$$

両辺の対数をとると

$$\log y = a \log x + \log k \quad (12)$$

となることから上の表 1 をグラフにプロットすると下の図になる

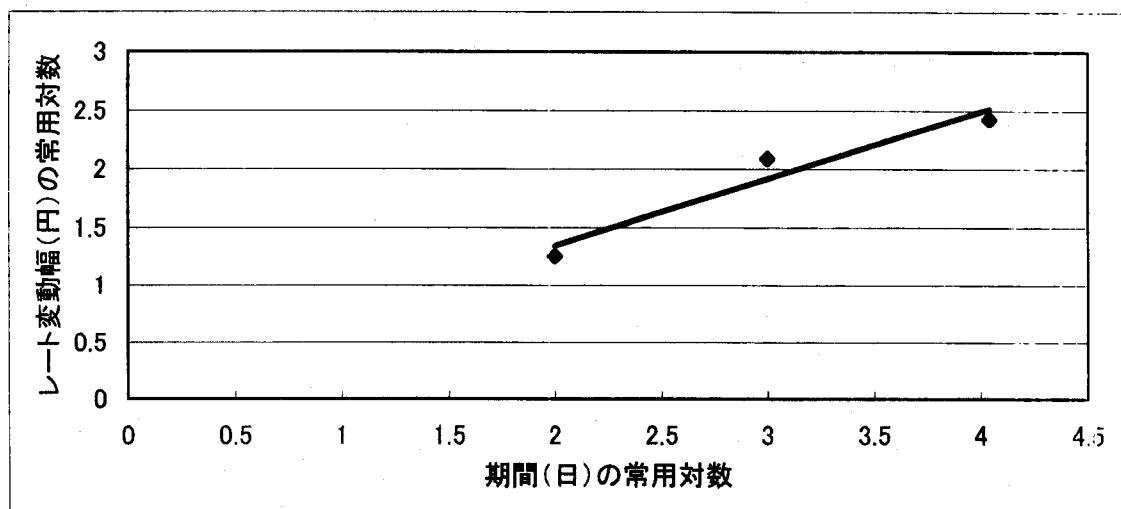


図 7 円ドルレートのスケーリング則

図 7 にはプロットした 3 点に最小二乗法でフィットした回帰直線を描き入れてある。その傾きは $a=0.574$ と求まった。この傾きを 0.5 とみなせるなら標本数の平方根に比例した変動があるということで、通常のランダムウォークの特徴として理解できる。

2-5 為替変動率の分布

金融派生商品（価格の変動の危険性を減らしたり、逆にその変動を利用してハイリスク、ハイリターンが期待できるような商品にしたり、というように価格の確率的な変動を利用した金融商品）で非常に高い成長率を誇っていたアメリカの LTC 社という金融会社が数年前に突然大きな損失をだして経営が破綻した。この会社の破綻にはいろいろな原因が考えられるが端的にいえば価格の変動が予想以上に大きく、予想と反対に動いたということである。金融派生商品の理論では、為替の変動を単純なランダムウォークとして仮定し、将来の為替の分布を推定する。各国ごとに変動は独立で、かつ変位（あるいはその対数をとった量）の分布を正規分布と仮定するのが基本である。ところが現実の価格変動は、そのような理想的な状況とはかなり違っていたと考えられる。このことを、実際のデータから確かめてみる。

日本円と米ドルの為替レートのデータを使用して毎日のレートをその日のレートで割り、その変化率をヒストグラムで表わしたものである。また、この分布から計算したものと同じ平均変化率と標準偏差をもつ正規分布を破線で描き入れてある。

$$\text{標準偏差} = \sqrt{\frac{SS}{n} - \left(\frac{s}{n}\right) \times \left(\frac{s}{n}\right)} \quad (13)$$

$$\text{である。変化率の総和は } S = \sum_i x_i \quad (14)$$

$$\text{変化率の 2 乗の総和は } SS = \sum_i x_i^2 \quad (15)$$

n はサンプルの個数である。

正規分布を表わす式は

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_0}{\sigma} \right)^2 \right\} \quad (16)$$

である。 σ は標準偏差で、 x_0 は期待値である。

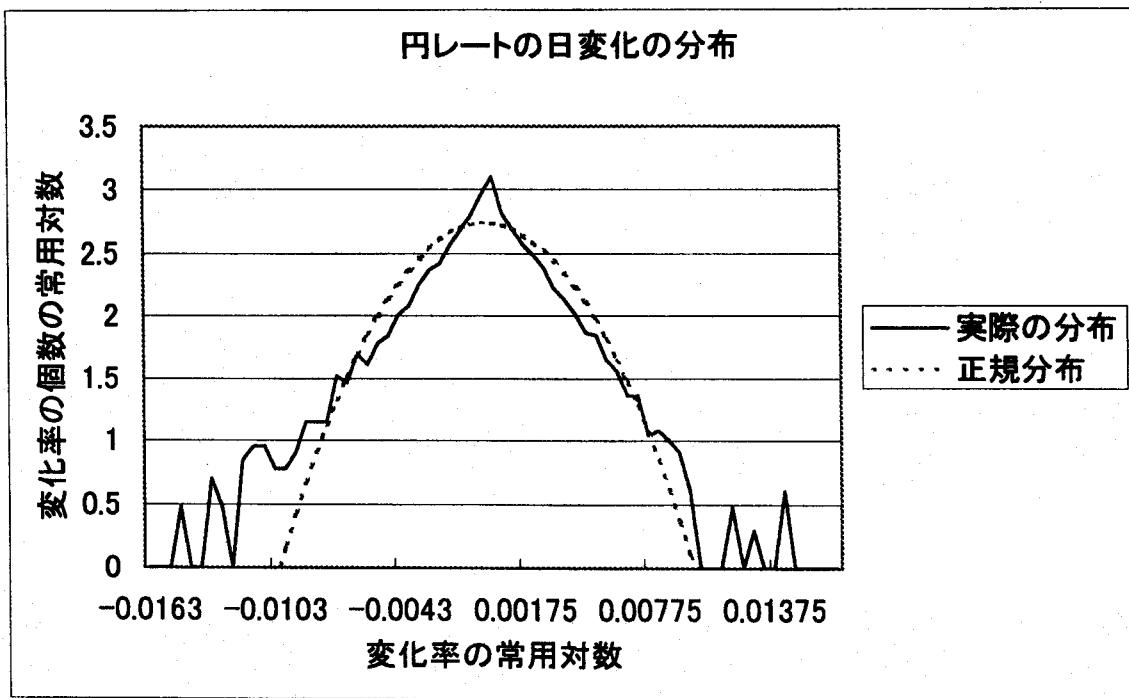


図 8 日本円の一日ごとの変化率のヒストグラムと正規分布

図 8 をみると実線は実際の変化率の分布で、点線が実際の分布から期待値と標準偏差を正規分布にしたものであるが、正規分布よりも実際の分布の方が裾野がかなり広いことがわかる。そのため、大きな変化の起きる確率も正規分布より大きいことがわかる。

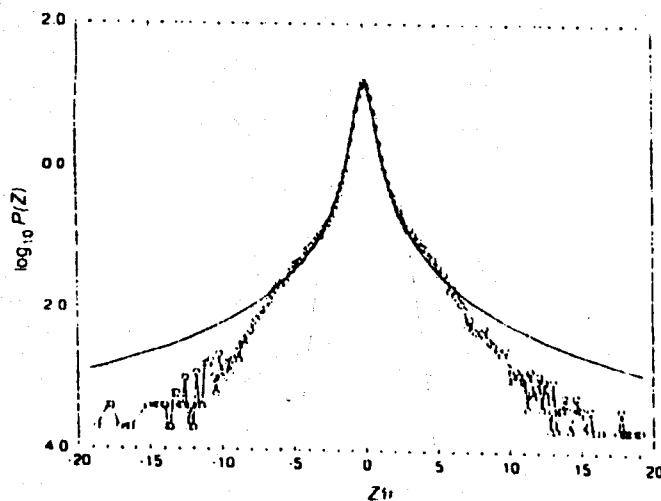


図 9 単位時間あたりの株価の変位の分布 (○) と正規分布、フラクタル分布
文献[5]より転載

図9は統計物理学者のスタンレーとマンテニヤの二人が1995年に「ネイチャー」に掲載した、株価変動における単位時間あたりの変位の分布に関するグラフで、横軸は標準偏差が1になるように規格化した価格の変位を表わす座標で、縦軸はそのような変位をとるような頻度のヒストグラムを全体の数で割った確率密度関数を対数軸で表現したものである。

この図から、株価指標の変動は正規分布より広い裾野を持つことが明瞭に見てとれる。一方我々の描いた図8は、図9と同じことが、株価指標でなく為替変動について、そして、分以下の時間スケールでなく日変化について成り立つことを示したものだと位置付けられよう。

第三章

為替レートの予測

為替変動により資産はどのように変化するか考えてみたい。

3-1 完全予知が可能な場合

仮に未来が予測できる人がいるとして、1970年1月1日に資産を1円持っているとする。この人には明日の為替がどのように変化するのか分かるので現在持っている通貨が上がるのならばそのまま持っていて下がるのであれば別の通貨に変える。今は日本円とアメリカドルの間だけで交換し手数料などはかかるないとする。この資産の変化をプログラムを作りシミュレーションしてみた。

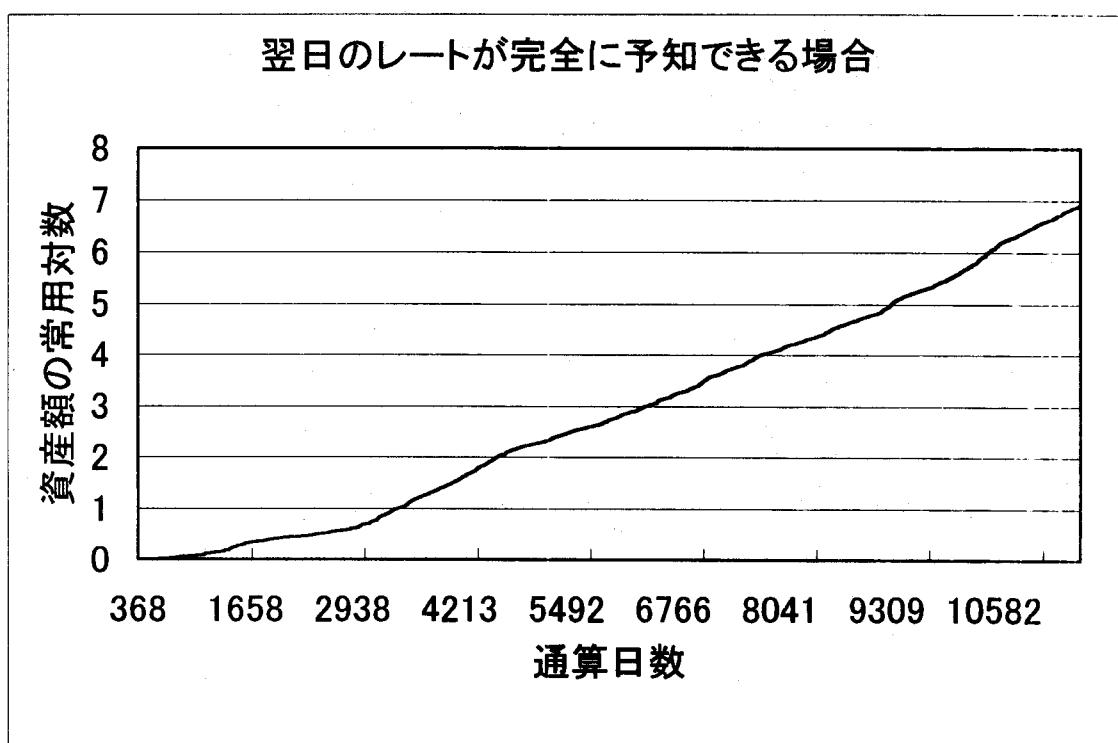


図 10 翌日のレートが完全に予知できる場合

図 10 は 1970 年 1 月 1 日からの資産変化であり横軸は 1970 年 1 月 1 日からの通算日数であり縦軸は資産額を常用対数でプロットしたものである。

図 10 をみると 1 円だった資産が 30 年の間に 807 万円になった。これは年利で考えると

$$\left(\frac{807\text{万円}}{1\text{円}} \right)^{1/30} \approx 1.69 \quad \dots \quad (17)$$

だから、69.0%にもなる。未来が分かる人にとっては為替の変動を利用して損することなく指數関数的に資産を増やすことができるが、実際にはこのように損することなく両替でくる人はいない。

そこでもう少し現実的に考えたいと思うが、その前に反対側の極端な状況を考えてみる。

3-2 ランダムに両替する場合

初日に資産を1円持っていたとし、円ドルレートでランダムに30年間両替し続けて最終資産額を計算するシミュレーションプログラム(付録?に載録)を作成し、2億回の試行を行なって、最終資産額の分布を求めた。図11は、この分布を最終資産額を区間幅0.01円の度数分布にしたものであり、図12は、最終資産額(円単位)の常用対数をとったものを区間幅0.01の度数分布にしたものである。

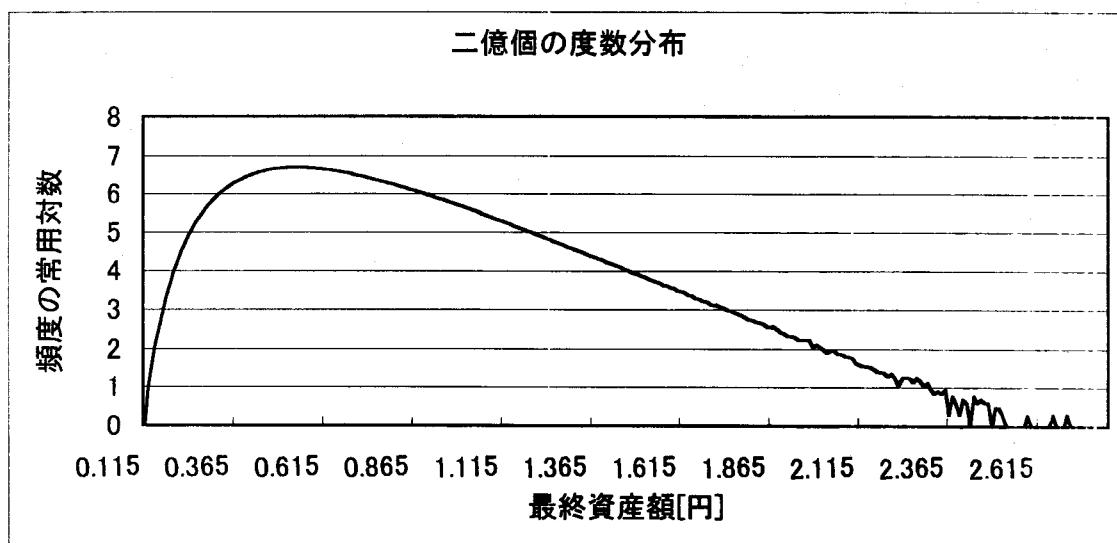


図11 ランダムに両替した場合（片対数）

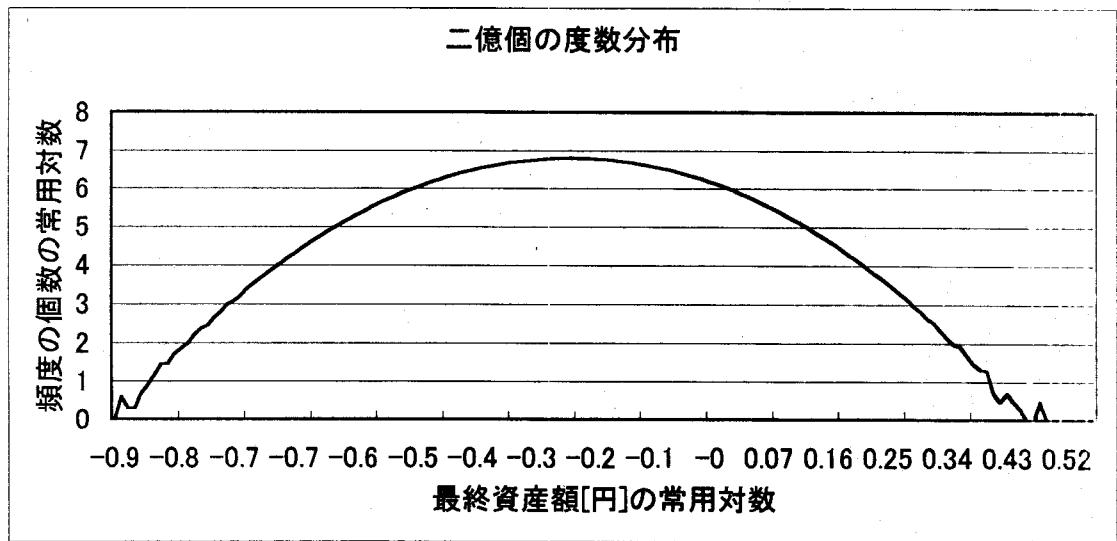


図12 ランダムに両替した場合（両対数）

結果は最終資産額が平均 0.61 円（対数でなくリニアスケールで計算して）になり、標準偏差は 0.18 円、標準偏差/平均をゆらぎとするとゆらぎは 27% になった。平均資産額が 1 円より小さくなるのは 30 年の間円高傾向にあった為だと考えられる。即ち、ドルを保有している期間にドルの価値が下がって円建ての資産額が減少してしまうのである。逆に、資産の増減をドル建てで見れば、円を保有している期間に円の価値が上がるので、ドル建て資産額は平均して（ドル建ての）元本の金額を越えることになる。

図 12 を見ると、分布曲線が両対数グラフで二次曲線にぴったりあてはまる事から、この分布は対数正規分布であることがわかる。これは対数軸上のランダムウォークの結果として得られたとして理解できる。なぜなら、為替変動による資産の変化は、各時点での資産量という状態によらないので履歴性が全くなく、その日のレートと乱数とできるだけ乗算されるだけだからである。中心極限定理[12]により、任意の分布をする独立事象の重ね合わせは正規分布になるので対数軸上で正規分布が得られるのだと理解できる。

なお、中心極限定理は標本数が無限大の極限で正確に正規分布であることを保証するのであって、有限の標本数では、個々の事象の確率分布が正規分布でない場合、その重ね合わせが正規分布からずれることはありうる。しかし、約 1 万回ものランダムステップの重ね合わせの結果では、図 8 で見た正規分布で表せない広い裾野の影響は打ち消しあって、(2 億回程度の試行から得られた度数分布を用いていては)まったく見えないほどの微細な影響しかもたらさないということなのである。

3-3 過去のレートの動向から予測する場合

次に日本円とアメリカドルの間での変換を過去のデータから予測して行うことを考える。まず初日に資産を 1 円持っていたとし、現在持っている通貨の価値が S 回連續下がると通貨を交換するという戦略を考える。言い換えると、自分が持っていない通貨が S 回連續上昇するとその次の日も上がるだろうと思い、交換するのである。その戦略による資産の増減をシミュレーションするプログラム（付録 2 に採録）を作り、円建ての最終資産額、両替回数、予測の当たり回数を計算してみた。（両替の手数料などは考えないものとする）その結果を表 2 に示す。

表2 過去のデータから予測した場合

S回連続上昇又は下降した回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
最終日の資産額(円)	1.96	1.57	2.19	1.44	1.13	0.47	0.85	0.67	0.53	0.79
両替回数	3804	1247	492	230	103	62	22	16	10	2
予測の当たった回数	1840	585	231	103	58	27	13	11	3	1

表2を見ると、三回連続上昇した時に交換するのが一番儲かることがわかる。こんな簡単な戦略でも30年で総資産は2.2倍になり、年利は2.6%になる。しかし、この程度の利益率だと他の投資の方が割りがいいのかも知れない。

次に六回連続上昇で両替する戦略をとる場合を見ると、連続上昇62回のうち35回は六回で上昇が終わってしまい、27回だけが七回目も上昇する。このことから、何日も連続して上昇するのは極めて稀なので、両替のチャンスが減ってしまい、又、両替をした時暴落で損害をこうむる可能性が高くなることが推測される。よって何日も連続して上昇した次の日は逆を張るような戦略の方が有効かもしれない。

実は、文献[2]によると、このような逆を張るような戦略をとるべきだと示唆するような相関が為替レートや株価には存在するという。ただし、これは分単位の時間スケールのことである。我々も逆張り戦略を試してみたが、[補足]で示してあるとおり、むしろ表2の場合より投機の成績はわるくなつた。したがつて、我々の扱っている日単位の時間スケールではこのような逆張り戦略につながるような相関は消えているかかなり弱まつていると考えられる。



図 13 三日連続上昇で両替する戦略での資産変化（実線）と、初日にドルに変えそのままドルを保有していた場合の円建て資産額の変化（太線）

一番儲かる三日連続上昇で両替する場合の資産増加の様子を図 13 に示したが、かなりゆらぎがあるよう見える。実際、両替回数の半分以上両替した次の日には逆の傾向になっている。

初日に 1 円をドルに換えそのまま持っていたとすると、図中の太線のように資産は減ってしまう。これは、30 年間円高傾向にあったためだと考えられる。あるいは、1 円を一度も両替せずそのまま保有していれば資産額は 1 円のまま水平な直線を描く。3 回連続上昇で両替するという戦略は、どちらの場合よりも高くなるのだから、戦略として一応は機能しているという見方をする人もあるかもしれない。

しかし、平均 2.6 % という利殖率は（経済の停滞している昨今でなく過去 30 年間で平均して考えると）他にもっと有利な投資先のありそうな低い値であることのほうが重要であると思われる。

すなわち、この低い利殖率は、経済情報などを利用せず為替レートの数字だけを見て為替相場を予測する方法を種々様々に工夫したとしても、結局は、他の利殖手段より魅力のある利殖率は達成できないというような結論を、研究のはるか遠い地平に示唆しているのかもしれないと思われる所以である。そのような結論を期待する理由は、相場が予想可能な挙動をすれば、予想のできる投資家によってそれに基づく売買が行なわれて相場が変化してしまうはずだからである。したがって、相場は予想の可能な形で変動することは決してないと思われる所以である。

この結論を確かめるためには、予想方法についての研究に大勢の研究者が精力的に取り組まなければならないであろう。しかし、性能に越えられない限界があることを実証するために性能をあげることに務めるという仕事は、徒労感をともなうものとなるであろう。我々の考えでは、研究の方向としては、予測方法の改善より、むしろ、予測の成果に限界があることを仮定してしまい、そのような予測不可能な変動のもつ一般的性質を調べることや、そのような変動から利益を得ようとするための研究でなく、それから被るかもしれない損失を回避する方法の研究に向かうのが、より実り豊かな研究となるのではないかと思われる。

【補足】 相場の逆を張る戦略の成績

初日の資産を1円とし、現在持っている通貨の価値がS回連續下がると明日は上がるだろうと思い通貨をそのまま持っている。言い換えると、自分の持っていない通貨の価値がS回連續下がると通貨を交換するというプログラムを組みシミュレーションした。

表3 表2の逆の場合

S回連續上昇、下降した回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
最終日の資産額(円)	0.17	0.21	0.15	0.23	0.3	0.72	0.39	0.5	0.63	0.5
両替回数	3804	1246	491	231	104	63	23	17	11	3
予測の当った回数	1803	616	247	114	43	34	10	5	8	1

表3を見ると結果は何日も連續して上昇した場合、逆の通貨に両替したほうが有効だと思われたが、実際は全て1円を割ってしまい得をすることは無かった。

第四章

多国間の場合

前章までは円とドルの二通貨間でのシミュレーションでしたが、この章では多国間の場合を想定しシミュレーションをする。

4-1 多国間の場合を研究する目的

世界には、円や米ドル以外にもポンド（イギリス）や元（中国）などまだまだ多数の通貨がある。それらの間の交換レートの変動に大きく影響をうけるものの例に、「多国籍企業の業績」があげられる。多国籍企業は世界各国に拠点を持ち、それぞれの国の通貨を持っている。その為、その国の通貨のレートが変動すると持っている資産も大きく変わってしまい、会社の努力とは関係のないところで損得がでてしまう。そこで、多国籍企業の為替リスク回避策として、この経済物理学と言う分野の開拓者の一人である高安秀樹さんのアイデアで「企業通貨の導入」という考えがある[7, 8]。それは、「企業の総資産額が一定となるように為替変動に対して企業通貨の交換レートを調節する」と言うもので、それは[補足]で述べるように、よく考えてみると企業通貨のレートというものは「各国企業のレートを企業が各国に持つ資産を重みとして平均したもの」に一致するということがわかる。

そこで、この企業通貨というものを安全で信用のある通貨にする為には企業の資産をどのように分配して持てばよいのかが課題となってくる。

[補足]高安秀樹氏の提唱する企業通貨のレート設定方法について

まず、初期設定として

総資産 300 \$ 50000 円 220 ユーロ、持っていたとする
レートは 1 \$ = 100 円 = 1.1 ユーロ とし、
ドル建てに換算した資産が 300 + 500 + 200 = 1000 \$ となる

ここでレートが変化したとして



レートは 1 \$ = 125 円 = 0.8 ユーロ とする
ドル建てに換算した資産は 300 + 400 + 275 = 975 \$ となり

レート変化の為、25 \$ の損害を出したことになる。

ここで企業通貨 S を導入した場合を考えてみる。

まず、1 \$ = 1 S という通貨をつくる。初期設定では総資産 1000 \$ = 1000 S となる。

レートが変化し総資産が 975 \$ に減ってしまうが、高安秀樹さんの考えでは通貨 S のレートを 1 S = 1.025 \$ とし 975 \$ = 1000 S にすれば、通貨 S で測れば企業の総資産は不変だというのであるが、これはかなり強引な考え方である。

これでは、もし、持っている国の通貨の価値が急落し紙くず同然になってしまったとすると、それでも 1000 S という資産は変わらないといっても世間は誰も信じてくれない。

よって、この企業通貨というものを安全で信用のある通貨にする為には企業の資産をどのように分配して持てばよいのかが課題となってくる。

この課題への第一歩として、多国間の為替変動のゆらぎの「性質」と「その影響による資産変動」を二カ国間の場合と比較しながら研究した。

・今回の研究に使用した外国為替レートを下表に示す

表4 今回の研究に使用した外国為替レートの種類

国の略称	国名	通貨単位	データ日数
al	Australia	dollar	368-11607
dn	Denmark	Krone	368-11607
fr	France	franc	368-10591
in	India	rupee	1097-11607
ma	Malaysia	ringgit	368-11607
sd	Sweden	Krone	368-11607
ta	Taiwan	dollar	5023-11607
au	Austria	shilling	368-10591
ge	Germany	mark	368-10591
ne	Netherlands	guilder	368-10591
si	Singapore	dollar	4019-11607
th	Thailand	baht	4019-11607
be	Belgium	franc	368-10591
it	Italy	lira	368-10591
no	Norway	Krone	368-11607
uk	Unitet Kingdom	pound	368-11607
ca	Canada	dollar	368-11607
gr	Greece	drachma	4120-11320
ja	Japan	yen	368-11607
nz	New Zealand	dollar	368-11607
sp	Spain	peseta	1097-10591
ch	Chain	yuan	4019-11607
fn	Finland	markka	368-10591
hk	Hong Kong	dollar	4019-11607
ko	Korea	won	4120-11607
po	Portugal	escudo	1097-10591
sz	Switzerland	franc	368-11607

* ここに記載されている国のレートは全てドル建てで見ている。よってここに載っている 27ヶ国だけでなく U S dollar を加えたの 28カ国の通貨で研究を進めた。と考えるべきである。

図14 ドルに対しての各国通貨の為替レートの変動(小スケール)

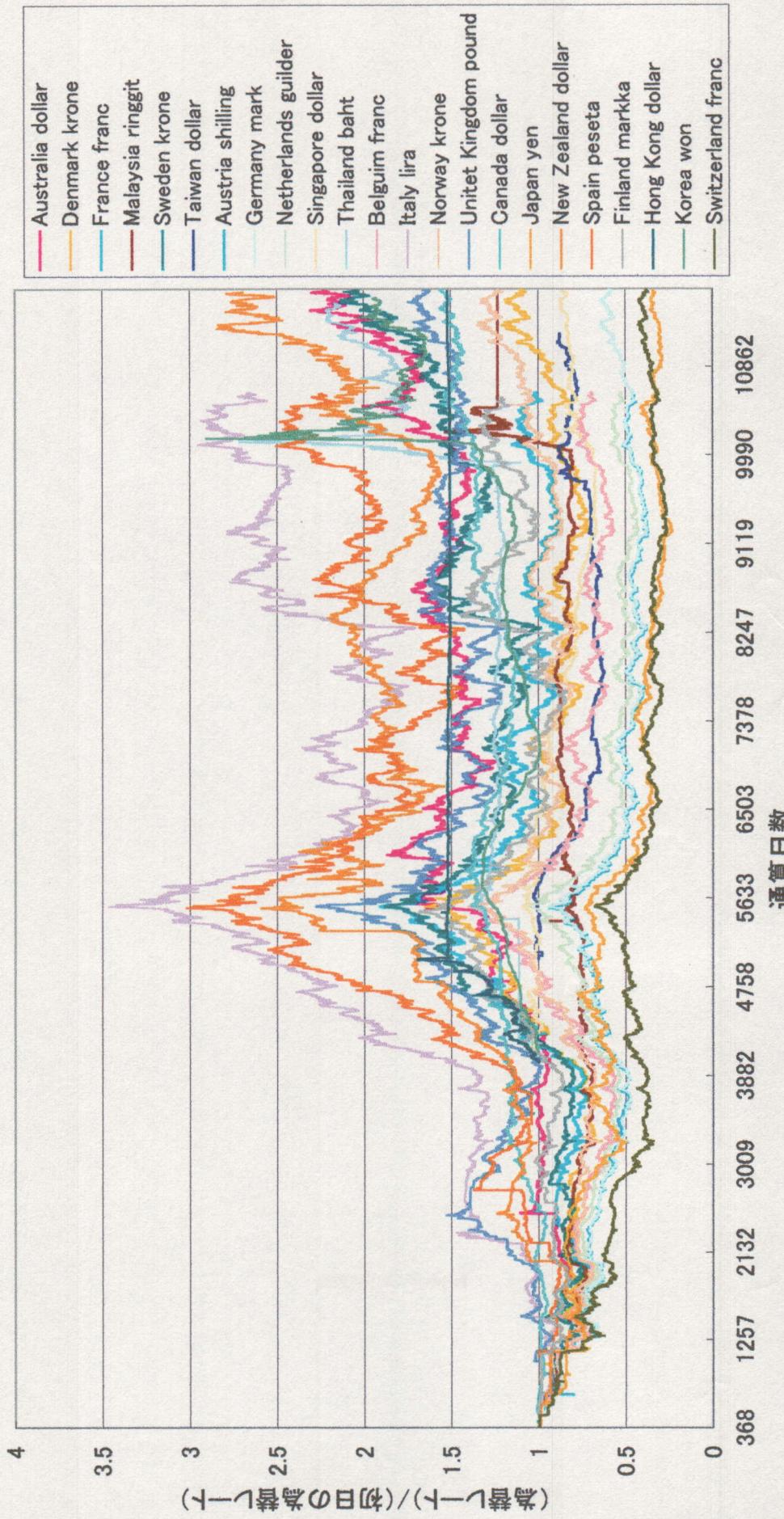


図15 ドルに対しての各国通貨の為替レートの変動(大スケール)

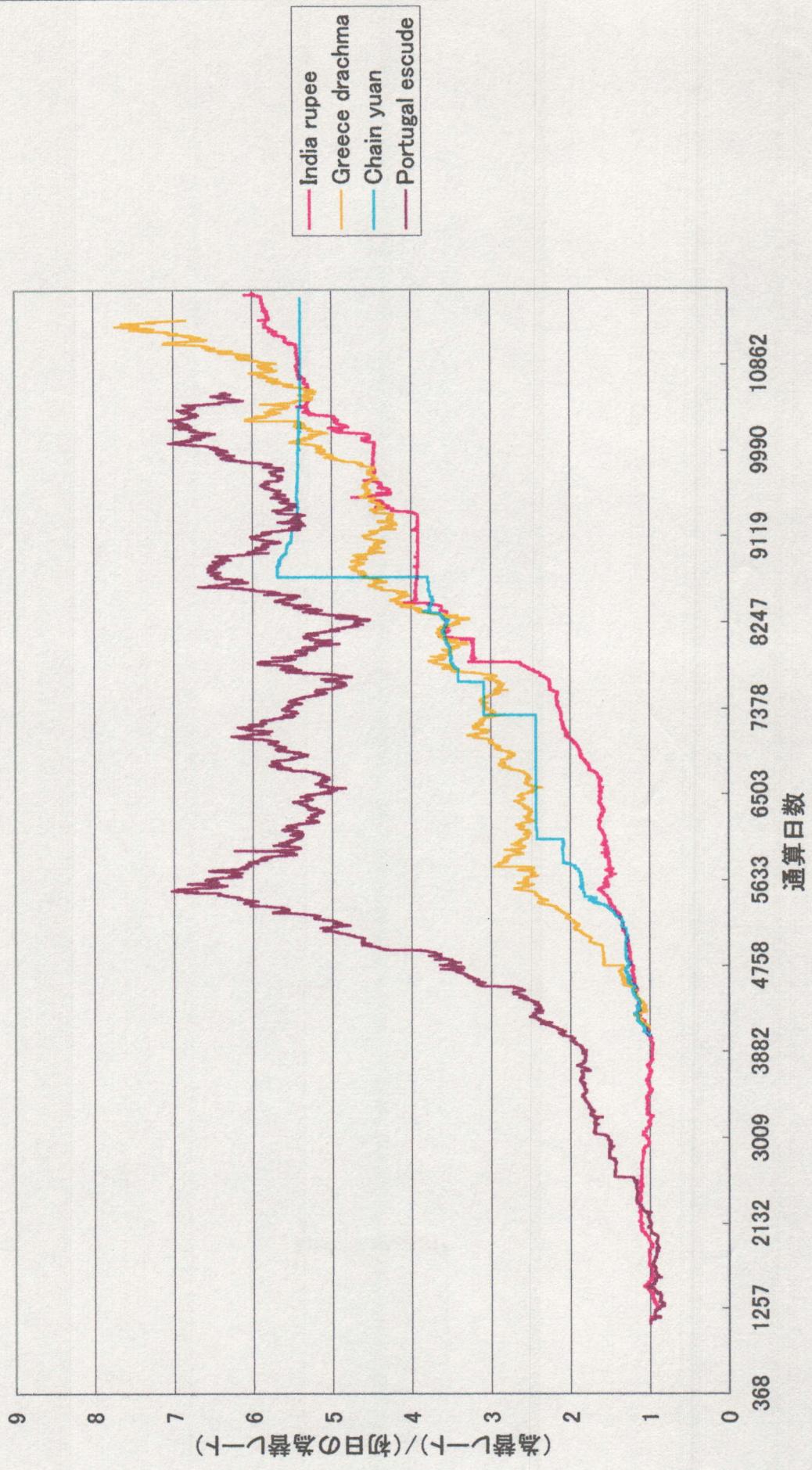


図 14、15 は表 4 にある各国通貨の対ドル換算レートの 30 年間の推移をグラフに表わしたものであり、どの通貨も初日の値が 1 になるように定数倍してある。尚、対ドル換算レートが小さいほど、その通貨の価値は高いことになる。

ドルから見て円は 30 年間で最も価値の上がった通貨であることがわかる。

4-2 多国間で完全予知が可能な場合

まず、二カ国間の場合と同様に明日のレートがわかる場合（完全予知の場合と呼ぶことにする）を多国間でシミュレーションしてみた。

初日に 1 円持っていたとし、明日の為替レートがわかる場合を想定し最も値上がりする国の通貨に両替することを 30 年間毎日繰り返すというプログラムを作り、シミュレーションしてみた。

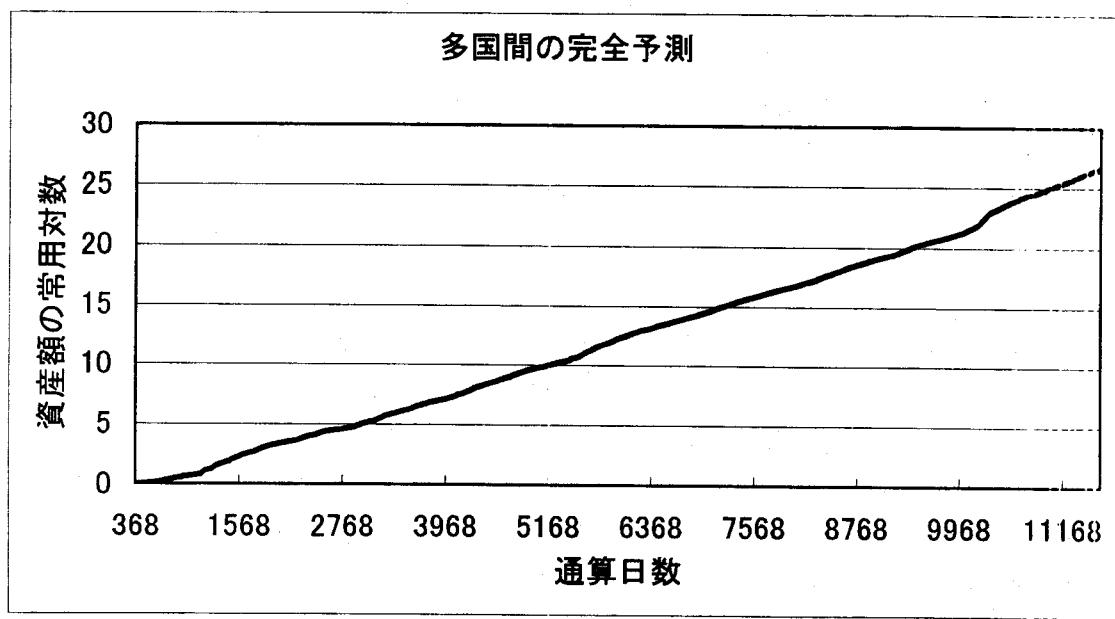


図 16 多国間の場合の完全予知

結果は最終資産額が 4.59×10^{26} 円、年利は

$$\left(\frac{4.59 \times 10^{26} \text{円}}{1\text{円}} \right)^{1/30} \approx 7.74 \quad (18)$$

であるから

674%になった。二国間の場合の最終資産額 807 万円、年利 69%と比べて儲けはかなり大きくなることがわかった。

もちろん 26 衍の資産は世界経済の規模をはるかに越えたありえない額である。平均の年利率を計算するための手段として計算したのだと考えていただきたい。

4-3 多国間でランダムに両替する場合

次に初日に資産 1 円持っていたとし、ランダムに 28 カ国の通貨と 30 年間両替し続けることをシミュレーションするプログラムを作り、それを用いて 400 万回の試行を行った。

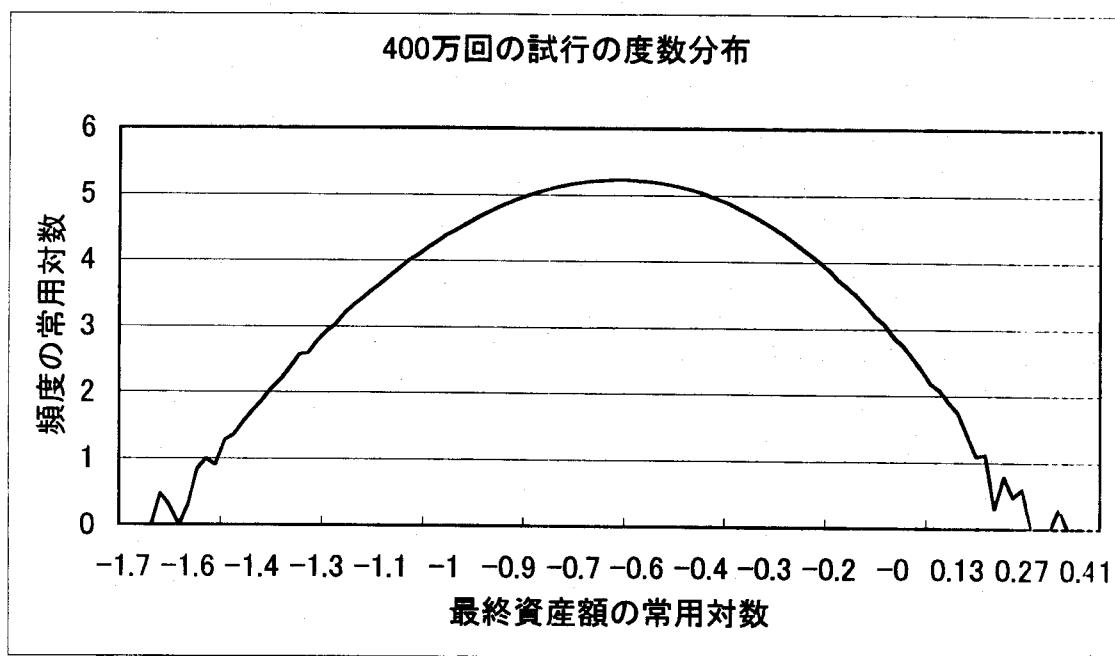


図 17 多国通貨間のランダムな両替による最終資産額の分布

結果は平均の最終資産額が 0.26 円、標準偏差 0.12 円、標準偏差/平均をゆらぎとする
ゆらぎは 46% となった。二カ国間での場合での平均の最終資産額 0.61 円、標準偏差 0.18
円、ゆらぎ 27% に比べて平均資産額は 0.35 円減り、ゆらぎは 19% 増えたことがわかった

また、図 17 に示したのは、円建ての最終資産額の常用対数値を区間幅 0.05 で度数分
布をとったものである。二カ国間の場合同様、両対数で二次曲線を描き対数正規分布にな
っているので log 軸上でのランダムウォークであるといえる。

第五章

主要通貨に対する
各国通貨のゆらぎと関連性

5-1 主要通貨に対する各国通貨のゆらぎ

第四章の始めに書いたこの研究の最大の目的となる「企業の資産をどのように各国に分散させればよいか」の手始めとして主要通貨（円、ドル、マルク）について他の通貨レートがどう変動するかについて調べた。

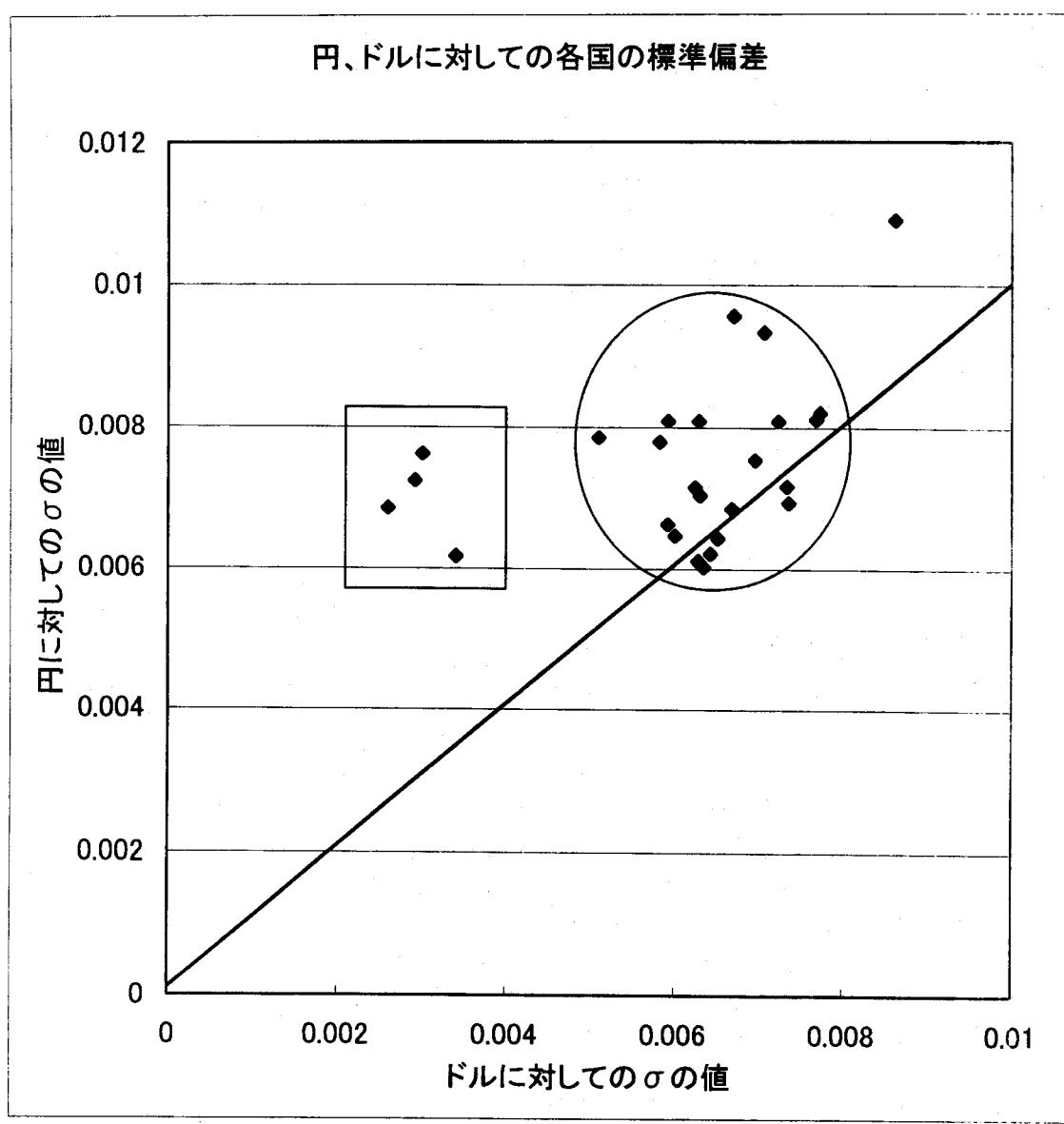


図 18 円とドルに対しての各国の標準偏差をプロットした図

図18はx軸がドルに対しての σ の値で、y軸は円に対しての σ の値である。ここで σ の値とは、各国通貨の主要通貨（円、ドル、マルク）に対する交換レートの日変化率（即ち、明日のレート/今日のレート）が30年間にとった値の分布の標準偏差である。なお、1999年1月以降はマルクの代わりユーロを使用した。

図18で○で囲んである部分に注目してみると、傾き1の直線よりも上に多く分布していることがわかる。即ちドルに対しての σ の値が0.005~0.008の間で分布しているのに対し、円に対しての σ の値は0.006~0.01の間で多く分布しているのである。直線より上にある通貨からみると円とドルではドルのほうが安定しており、直線より下にある通貨からみると円の方がドルより安定している。ということは、全体的にみると直線より上に多く分布していることから、円とドルではドルのほうが安定した通貨だと言うことがわかる。

次に□で囲んだ部分の通貨（上から順に 台湾ドル、香港ドル、カナダドル、シンガポールドルとなっている）を見てみると、円と比べドルに対して非常に σ の値が小さいことがわかる。これは、この通貨がドルと強く連動しているといえる。また、一概には言い切れないがこの四つの国はどの国も自国の通貨の名称が「ドル」という語で終わっていることも、ドルに対しての σ の値が小さいことと関連があると思われる。

ドルに対しても円に対しても最大の σ の値をとる通貨が中国（元）なので、この図17だけを見ると中国（元）という通貨が円、ドルに対して最も不安定見えるが、調べてみると中国は固定相場制に近い制度をとっているので、政府がレートを見直す時にジャンプする影響で σ の値が大きくなってしまっており、ジャンプの影響を除くと○で囲んだ中に入ることがわかった。

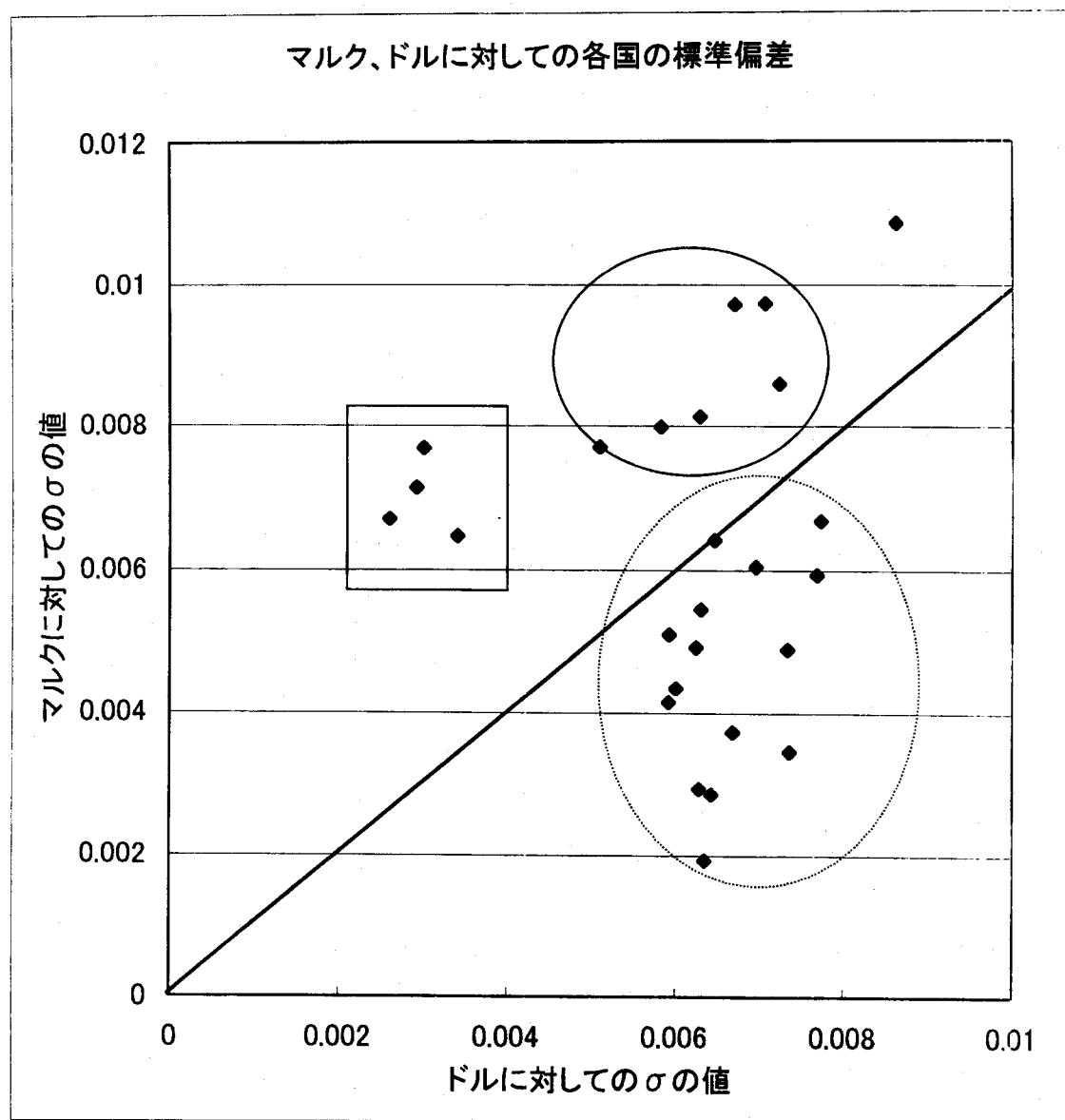


図 19 マルクとドルに対しての各国の標準偏差をプロットした図

図19はドルとマルクの比較である。□で囲った部分は先ほど説明したとおりドルと強く連動いた通貨である。

次に点線○で囲った部分を見てみると、ドルと比べマルクに対して σ の値が小さいのがわかる。これらは調べてみると大部分がヨーロッパの国々の通貨であることがわかった。これより、マルクという通貨はヨーロッパの国々に大きな影響力をもった通貨だということがわかる。

また、マルクに対して特に σ の値の小さい国の通貨（下から順に オランダギルダー、ベルギーフラン、フランスフラン）などはマルクに対して特に強く連動している通貨だということがわかる。

上記以外の部分（○で囲った部分）の通貨はドルにもマルクにも特に関係が見られない中立的な立場の通貨である。これらについては、ドルに対しての σ の値が0.005~0.007の間で分布しているのに対し、マルクに対しての σ の値は0.007~0.01の間で多く分布していることから傾き1の直線よりも上に多く分布している。このことから、ドルとマルクではドルの方が安定して通貨だということがわかる。

ドルに対してもマルクに対しても最大の値をとる通貨が中国（元）なのだが、これも先ほどの理由で説明がつく。

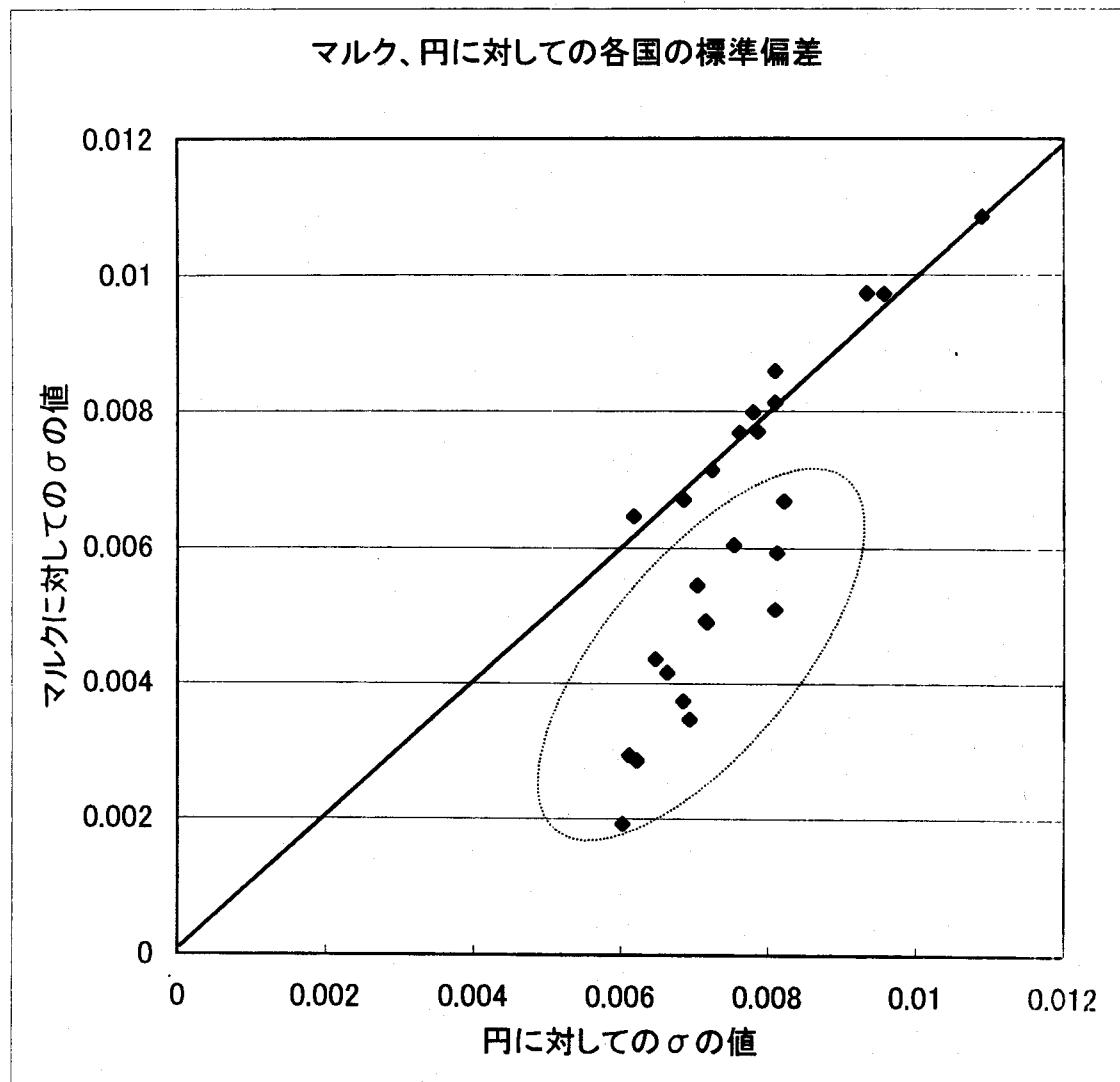


図 20 マルクと円に対しての各国の標準偏差をプロットした図

図 20 は円とマルクの比較である。点線○で囲った部分は先ほど説明したとおりマルクに大きな影響を受けていると思われるヨーロッパの国々の通貨である。

次に円にもマルクにも特に関係が見られない中立的な立場の通貨を見てみると傾き 1 の直線上に分布していることがわかる。これは、この直線上にある通貨は円に対してもマルクに対しても同じようにゆらいでいるということがわかる。これは言い換えると、直線上の通貨から見ると円とマルクは同じ様にゆらいでいるということがいえる。

図 18、図 19 にはドル又はマルクと強く連動した通貨がみられたが、図 20 を見ればわかるように円と強く連動した通貨は特に無いことがわかる。これは、逆にいふと円は世界のどの通貨とも独立した通貨だということである。

5-2 ゆらぎの大きい通貨とゆらぎの小さい通貨での比較

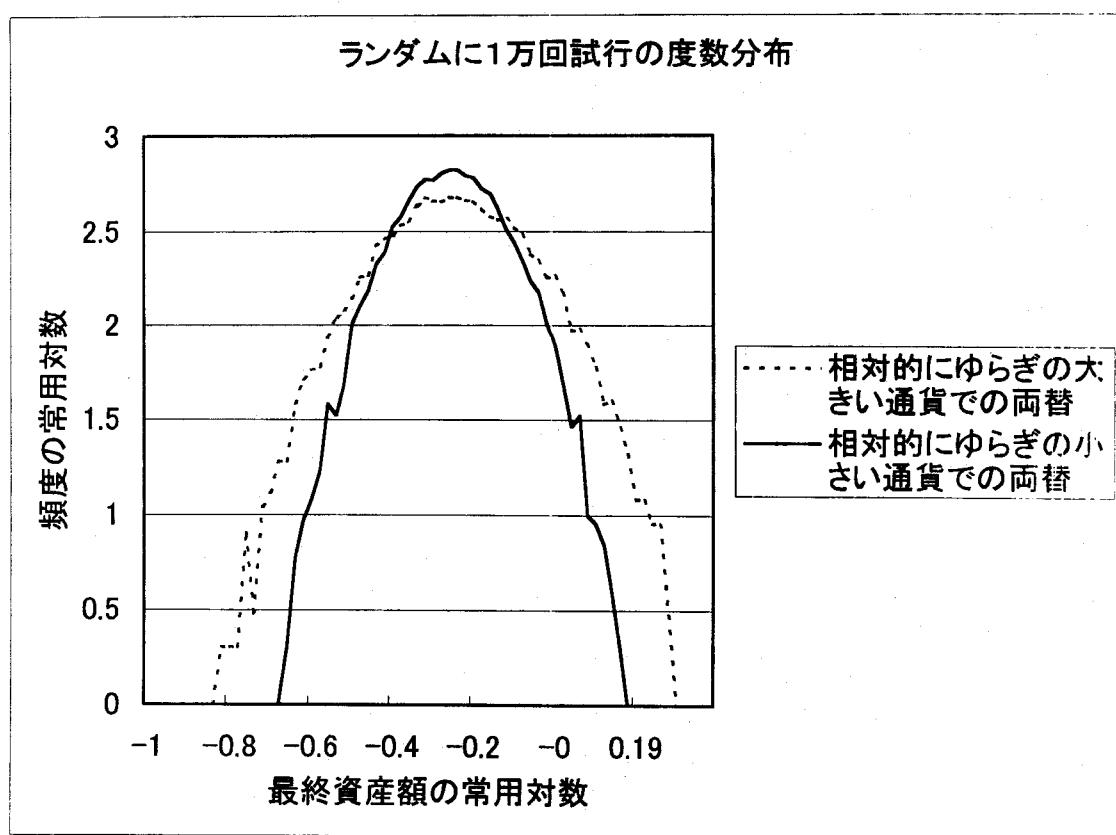


図 21 相対的にゆらぎの大きい通貨と小さい通貨でのランダム両替の比較

相対的にゆらぎの小さい通貨間でランダムに両替をする場合と、相対的にゆらぎの大きい通貨間でランダムに両替をする場合とで資産額の変動はどのように違ってくるかを調べた結果を図21に示す。

まず、図21の結果を利用して、マルクに対してゆらぎ(σ)の大きい通貨として韓国ウォンを、ゆらぎの小さい通貨としてフランスフランを選んだ。そして、マルク、ウォン、円でランダムに両替した結果として得られた円建ての最終資産額の分布を点線で、マルク、フランスフラン、円でランダムに両替した場合の円建ての最終資産額の分布を実線で示した。ともにランダムな両替を行なう期間は30年間で試行回数は1万回である。

マルクに対しての韓国ウォンの影響 マルクに対してのフランスフランの影響を比較したいのだが、円建てで資産額を評価したいので、どちらも円レートが入ってきている。

このグラフを見てわかることは、相対的にゆらぎの小さい通貨との両替に比べ相対的にゆらぎの大きい通貨との両替では、得をする可能性が増えるが損をする可能性もまた増えているという、いわゆるハイリスク・ハイリターンになることである。

第六章、結論

本研究でわかったことを以下に箇条書きでまとめる。

- 1： 円ドルレートの数秒から一週間の変化で報告されていたフラクタル性を、1日から30年間の時間スケールの場合についても確認した。
- 2： 外国為替レートの日変化は（対数）正規分布で表わせない広い裾野を持つことを確認した。
- 3： 翌日の円ドルレートが完全に予知できるなら、30年間で 1円が 807万円に殖える。これは年利 69%に相当する。
- 4： 円、ドルのランダムな交換を続けた場合、30年後には
平均 : 0.61 円 標準偏差 : 0.18 円 ゆらぎ : 27%
の対数正規分布をすることがわかった。なお、平均が1円より小さいのは、30年間で円の価値が上昇しているためであり、レートのゆらぎとは直接の関係はない。
- 5： 過去の円ドルレートのデータから予測して交換した場合、簡単な戦略でも
30年で 2.2 倍 年利 2.6% になった。
- 6： 翌日の為替変動が完全に予知できるなら多国間の場合 30年間で 1円が 4.59×10^{16} 円
に殖える。これは年利 674%に相当する。
- 7： 多国間でランダムな交換を続けた場合、30年後には
平均 0.26 円 標準偏差 0.12 円 ゆらぎ 46%
の対数正規分布をすることがわかった。
- 8： 主要通貨（円、ドル、マルク）に対して連動している通貨や独立した通貨が存在している。
- 9： 主要通貨（円、ドル、マルク）自体のゆらぎは
ドル < 円 ≈ マルク となることがわかった。
- 10： 相対的にゆらぎの大きい通貨でのランダム両替では相対的にゆらぎの小さい通貨での両替に比べハイリスク、ハイリターンになる。

11：企業通貨の考え方として資産をどのように分配してもつかは今回だけでは研究不足なので今後の課題である。

なお、卒業研究発表会において、「連続上昇回数を6日以上に設定する場合に利益率が1を下回るのは、月曜から金曜までの5日間の取り引きが、週末の土曜・日曜で途切れるからではないか」という興味深い指摘を浅田研究室の研究生（樋口聖 氏）からいただいた。レートの変動率と曜日の相関を調べることでこの仮説の検証は簡単にできそうなので、今後この研究を引き継ぐ人に期待したい。

謝辞

本研究をまとめるにあたり、応用物理学科 原子核理論講座の田嶋直樹先生には、終始変わらぬ御指導を賜りましたこと、深謝いたします。また、鈴木敏男先生、林明久先生には卒業論文の研究活動全般に対して並々ならぬ御指導、御意見を賜り深く感謝いたします。末筆ながら、研究活動を通じて常に様々な意見を頂き、今日の研究活動を支えて下さった高木丈夫先生、その他、多大な助言を下さった院生の方々に深く感謝致します。

以上、本研究及び研究活動に対して、御指導、御協力を頂いた多くの皆様に心より御礼申し上げます。

参考文献

[1]

「経済・情報・生命の臨界ゆらぎ … 複雑系科学で近未来を読む …」

高安秀樹、高安美佐子、ダイヤモンド社

(2000年) ISBN 4-478-83010-X

[2]

「やさしい経済学」高安秀樹、日本経済新聞 連載記事(2000年2月21日～28日):

<http://www.kansai.cs.com/econophysics.htm>

[3]

「経済学入門 -ミクロ・マクロ経済学-」 新飯田宏

放送大学教育振興会発行 ISBN4-595-12256-X

[4]

「複雑系を解く確率モデル … こんな秩序が自然を操る」香取眞理

講談社 ブルーバックス B-1193 (1997年) ISBN4-06-257193-5

[5]

R.N. Mantegna and H.E. Stanley,

"Scaling behavior in the dynamics of an economic index",

Nature, Vol.376, No.6, p.46 (1995).

[6]

<http://www3.plala.or.jp/mig/interactive/japanese/index-jp.html>

(世界の地域通貨関連サイトの邦訳)

[7]

「価格変動の動力学」高安秀樹、日本物理学会第55回年会 シンポジウム「経済

物理学の進展」 講演番号 23pXH3 (2000年9月23日、新潟大学)

[8]

高安秀樹 (セミナー、2001年9月4日、福井大学地域共同研究センター)

[9]

米国連邦準備制度委員会公開の為替レートデータ：

<http://www.federalreserve.gov/releases/H10/Hist/>

[10]

「フラクタル」

J. フェダー著、松下貢他訳

啓学出版、(1991年) ISBN4-7665-0605-7

[11]

H. Takayasu, M. Takayasu, M.P. Okazaki, K. Marumo, and T. Shimizu,
proceedings of Fractals 2000, edited by M.M. Novak, World Scientific (2000).

[12]

岩波数学辞典 第3版、日本数学会、岩波書店、(1985年)、p.132.

付録 1

```
/*
 基本のデータをこれから計算しやすいように通算日数とレートを出させるプログラム。
 日付は1970年1月1日から2001年9月11まで
 */

#include <stdio.h>
#include <string.h>
#include <stdlib.h>

int atoi_month(char * buffer);
int num_days_since1970(int y, int m, int d);

main()
{
    int c=0;
    int y,m,d,nd;
    double r;
    char buffer[1024];

    while(fgets(buffer, 1024, stdin) !=NULL) {
        if(buffer[2]=='-' && buffer[6]=='-' &&
           strstr(buffer, "ND") == NULL ) {
            /*
                printf("%s",buffer);
            */
            buffer[2]='¥0';
            buffer[6]='¥0';
            buffer[9]='¥0';
            d=atoi(buffer);
            m=atoi_month(buffer+3);
            y=atoi(buffer+7);
            if(y < 50) { y += 2000;} else { y += 1900;}
            r=atof(buffer+10);
        }
    }
}
```

```

        nd=num_days_since1970(y, m, d);

/*
printf("year=%4d          month=%d          day=%2d          nd=%6d
rate=%15.8f\n", y, m, d, nd, r);
*/
printf("%6d %16.8f\n", nd, r);

    }

}

int atoi_month(char * buffer)
{
    if(strcmp(buffer, "Jan")==0) { return 1; }
    if(strcmp(buffer, "Feb")==0) { return 2; }
    if(strcmp(buffer, "Mar")==0) { return 3; }
    if(strcmp(buffer, "Apr")==0) { return 4; }
    if(strcmp(buffer, "May")==0) { return 5; }
    if(strcmp(buffer, "Jun")==0) { return 6; }
    if(strcmp(buffer, "Jul")==0) { return 7; }
    if(strcmp(buffer, "Aug")==0) { return 8; }
    if(strcmp(buffer, "Sep")==0) { return 9; }
    if(strcmp(buffer, "Oct")==0) { return 10; }
    if(strcmp(buffer, "Nov")==0) { return 11; }
    if(strcmp(buffer, "Dec")==0) { return 12; }
    return 0;
}

int num_days_since1970(int y, int m, int d)
{
    int mm, yy;
    int k=0;
    for(yy=1970;yy<y;yy++) {
        if(yy%4==0) {k+=366;}
        else {k+=365;}
    }
}

```

```
for (mm=1;mm<m;mm++) {
    if (mm==1 || mm==3 || mm==5 || mm==7 || mm==8 || mm==10 || mm==12) {
        k+=31;
    } else if (mm==2) {if (y%4==0) {k+=29;} else {k+=28;}}
    } else if (mm==4 || mm==6 || mm==9 || mm==11) {k+=30;}
}
k+=d-1;
return k;
}
```

付録2 二カ国間での 完全予知、ランダム両替、S日連続 の場合のプログラム

/*

円、US ドルでの両替 (exchange1:完全予知)

(exchange2:ランダム両替)

(exchange3: S 日連続での予測)

*/

#include <stdio.h>

#include <math.h>

#include <string.h>

#include <stdlib.h>

#define NDATA 7800

int main() {

const int n=1000;

int i, ndata, date[NDATA];

double rate[NDATA];

ndata=readdata(date,rate);

/* exchange2 の時はコメントをはずす */

/*

for(i=1;i<=n;i++) {

try(i,date,rate,ndata);

}

*/

try(100,date,rate,ndata);

}

int readdata(int date[], double rate[]) {

int d1,l;

double r1;

char buffer[1024];

```

FILE *fin;

if ((fin = fopen("kawase3/ja.dat", "r"))==NULL) {
    printf("Input file is not found.\n");
    exit(1);
}

l=0;
while(fgets(buffer, 1024, fin) !=NULL) {
    sscanf(buffer, "%d%lf", &d1, &r1);
    if(l>NDATA) {printf("Too many data\n");exit(1);}
    date[l]=d1;
    rate[l]=r1;
    l++;
}
if (d1!=11607) {printf("error:last d1=%d\n", d1);exit(1);}
fclose(fin);
return l;
}

int try(unsigned int seed, int date[], double rate[], int ndata)
{
    int d0, d1, c, l, kai, F1=0;
    double r0, r1, x, y;
    double rmule ;
    int tokukai=0;
    srand(seed);

    x=1.0; c=0; kai=0; /* 通貨の判断 c=0: yen, c=1:US dollar */

    for(l=0;l<ndata;l++) {
        d1=date[l];
        r1=rate[l];
        if(l>0) {

            /* exchange3 のとき使用 (予測の当たり回数を出す)

```

```

    if(F1==1) {
        if(c==0 && rate[l-1]>rate[1]) tokukai++;
        if(c==1 && rate[l-1]<rate[1]) tokukai++;
    } /*

/* exchange1(&c, &x, r0, r1); /*exchange1 の時使用 */
/* F1=exchange3(&c, &x, rate, l, &kai); /* exchange3 の時使用 */

    if(c==0)y=x; else y=x*r0;           /*exchange1 の時は r1 を r0 に直す */
    /* printf("%d %16.8f\n", d1, y); */

}

/* if(c==0)y=x; else y=x*r1; */           /*exchange1 の時は r1 を r0 に直す */
d0=d1;
r0=r1;

printf("%d %16.8f\n", d1, y);

}

/* もし明日のレートがわかつていたら の場合*/
int exchange1(int *cp, double *xp, double r0, double r1)
{
    if(*cp==0) {
        if(r0<r1) {
            *cp=1; *xp=*xp/r0;
        }
    }
    else{ /* c=1 */
        if(r0>r1) {
            *cp=0; *xp=*xp*r0;
        }
    }
}

```

```

        }

    }

/* ランダムに売りと買いを繰り返す場合*/
int exchange2(int *cp, double *xp, double r0, double r1)
{
    double p;

    p=(double)rand()/(double)RAND_MAX;

    if(p<0.5) {

        if(*cp==0) {
            *cp=1; *xp=*xp/r0;
        }
        else{
            *cp=0; *xp=*xp*r0;
        }
    }
    return;
}

/* S 日連続で 上がる/下がる なら 売る/買う の場合*/
int exchange3(int *cp, double *xp, double rate[], int l, int *n)
{
    int m, s, k;
    m=0;
    s=2;

    for(k=l-s;k<l;k++) {

        if(k>=0) {
            if(rate[k+1]>rate[k]) m++;
            else m--;
        }
    }
}

```

```
    }  
}  
  
if (*cp==0 && m==s) {*cp=1; *xp=*xp/rate[1];(*n)++; return 1;}  
if (*cp==1 && m==-s) {*cp=0; *xp=*xp*rate[1];(*n)++; return 1;}  
  
return 0;  
}
```

付録3 データの載っているファイルを読みこみ、ヒストグラムをだすプログラム

```
/*
ヒストグラムを出す
histogram.c : makes a histogram of inputs from the stdin
written by N. Niwamoto, H. Nakagawa, and N. Tajima, Fukui University
<<< history (y/m/d) >>>
2002/1/7: average and standard deviation
2001/12/25-28 : renamed as histogram.c
2001/12/10 : created from scratch and named as test4.c
*/
#include <stdio.h>
#include <math.h>

#define N 10000

int main() {
    int n, k, i, dday, nprint=10000;
    double x, y, s1=0.0, s2=0.0, t1=0.0, t2=0.0;
    int a[N], b[N], ntot=0, nonzero=0;
    const double x0=0., dx=0.001, y0=-3.0, dy=0.02 ; /* */
/* const double x0=0., dx=0.1, y0=-2.0, dy=0.1 ; /* */
    int t_prnctl[10]={10, 12, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 80}, i_prnctl=0, p_prnctl=10000;
    nprint=t_prnctl[i_prnctl]*p_prnctl;

    for (i=0; i<N; i++) {a[i]=0, b[i]=0;}

    while (scanf(" %lf", &x)!=EOF) {
/* while (scanf("%d %lf", &dday, &x)!=EOF) { */
        ntot++;
        s1+=x; s2+=x*x;

        k=floor((x-x0)/dx)+1;
        if (k<0) k=0;
        if (k>=N) k=N-1;
    }
}
```

```

a[k]++;

y=fabs(x);
if(y>0) {
    y=log10(y);
    nonzero++; t1+=y; t2+=y*y;
}
else y=y0-dy*0.5;
k=floor((y-y0)/dy)+1;
if(k<0) k=0;
if(k>N) k=N-1;
b[k]++;
if(ntot>=nprint) {
    print_histogram("linear scale", ntot, a, N, x0, dx, s1, s2);
    print_histogram("log_10 scale", nonzero, b, N, y0, dy, t1, t2);
    i_prnctl++;
    if(i_prnctl>=10) {i_prnctl=0; p_prnctl*=10;}
    nprint=t_prnctl[i_prnctl]*p_prnctl;
}
print_histogram("linear scale", ntot, a, N, x0, dx, s1, s2);
print_histogram("log_10 scale", ntot, b, N, y0, dy, t1, t2);
}

int print_histogram(char *title, int ntot, int a[], int n, double x0, double dx,
double s1, double s2) {
    int i, is, ie;
    double average, sigma;

    average = s1/(double)ntot;
    sigma=s2/(double)ntot-average*average;
    if (sigma >0.0) sigma=sqrt(sigma); else sigma=0.0;

    printf("%s, #samples=%d x0=%f dx=%f n=%d\n", title, ntot, x0, dx, n);
}

```

```
printf("average=%12.8f sigma=%16.8f\n", average, sigma);
for (i=1; i<=n-2; i++) if(a[i]>0) break;
is=i;
for (i=n-2; i>=1; i--) if(a[i]>0) break;
ie=i;
if(a[0]>0) printf("%16.8f %12d (below %16.8f)\n", x0-dx*0.5, a[0], x0);
for (i=is; i<=ie; i++) printf("%16.8f %12d\n", x0+dx*(i-0.5), a[i]);
if(a[n-1]>0) printf("%16.8f %12d\n", x0+dx*(n-1.5), a[n-1], x0+dx*(n-2));
return 0;
}
```

付録4 為替交換レートの日変化データを使って多国間での為替取り引きを
シミュレートする。

<<< usage >>>

./a.out Mode または ./a.out Mode Seed または ./a.out Mode Seed Trials
Mode = 1 : 翌日のレートを利用して今日どの通貨に両替するか選ぶ
Mode = 2 : ランダムに選択した通貨に両替する。
Mode = 3 : ランダムに選択した通貨に両替することを多数回試行する
Seed : 非負の整数で Mode=2 の場合に乱数の初期化の種子として使用する
指定されない場合は Seed=1 とする。
Trials: 正の整数で Mode=3 の場合に試行回数を指定するのに用いる。指定
されない場合は Trials=1 とする。

<<< history (y/m/d) >>>

2002/1/18-21 modified by N. T
2002/1/16 sent from N.H. and N.N. to N.T.
*/

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <string.h>
#include <stdlib.h>

#define CMAX 100
#define DMAX 12000
#define LSTR 16
#define LBUFF 1024
#define MODE 2

typedef struct{
    char n[LSTR];      /* 通貨コードの文字列 */
    char desc[LBUFF];  /* 通貨の説明 */
    double r[DMAX];    /* 対米ドル交換レートの日変化データ */
} kawase;

typedef kawase *kawaseptr;
```

```

kawaseptr Rate[CMAX];
int Nc;
int Mode=1;

main(int argc, char **argv) {
    double x, y;
    int i, j, l, c, cs, d, day, ds, de, ds_cs, de_cs, tc;
    int ncand, cand[CMAX];
    int seed = 1;
    int trials=1;

    if(argc > 1) Mode=atoi(argv[1]);
    printf("# Mode=%d\n", Mode);
    if(Mode == 2 || Mode == 3) {
        if(argc > 2) seed=atoi(argv[2]);
        printf("# random seed = %d\n", seed);
        srand(seed);
    }
    if(Mode == 3) {
        if(argc > 3) trials=atoi(argv[3]);
        printf("# Number of trials = %d\n", trials);
    }

    Nc=readdata(Rate, CMAX);

    cs=currency("JPY"); /* 資産の基準単位とする通貨 */

    for(c=0;c<Nc;c++) {
        printf("#(%2d) %s\n", c, (*Rate[c]).desc);
        for(d=0;d<DMAX;d++) {
            if( (*Rate[c]).r[d] > 0.0) {
                printf("#      date %d rate %f", d, (*Rate[c]).r[d]); ds=d; break;
            }
        }
        if(c==cs) ds_cs = ds;
    }
}

```

```

for (d=DMAX-1; d>=0; d--) {
    if( (*Rate[c]).r[d] > 0.0) {
        printf(" date %d rate %f\n", d, (*Rate[c]).r[d]); de=d; break;
    }
}
if(c==cs) de_cs=de;
for (d=ds; d<=de; d++) {
    if( (*Rate[c]).r[d] > 0.0) x=(*Rate[c]).r[d];
    else (*Rate[c]).r[d]=x;
}
}

restart:
c=cs; x=1.0; /* 為替取り引き開始時点で 通貨 cs で 1 の資産を保有 */
for (d=ds_cs; d<=de_cs; d++) {
    if((*Rate[c]).r[d] < 0.0) {
        fprintf(stderr, "Currency %d cannot be exchanged on %d day\n", c, d);
        exit(1);
    }
    ncand=candidates(d, cand); /* その日に交換可能な通貨を列挙 */
    if(ncand >0) {
        if(Mode == 1)
            exchange1(d, &c, &x, ncand, cand); /* 通貨の交換 */
        else if (Mode == 2 || Mode == 3)
            exchange2(d, &c, &x, ncand, cand); /* 通貨のランダムな交換 */
    }
    y=x*(*Rate[c]).r[d]/(*Rate[cs]).r[d]; /* 資産の基準単位通貨での値 */
    if(Mode==1 || Mode==2) printf("%6d %e %2d %2d\n", d, y, c, ncand);
}
if(Mode==3) printf("%e\n", y);
if(--trials >0) goto restart;
}

int candidates(int day, int *cand) {
/* 当日(日付 day) と翌日(日付 day+1) の両方で交換可能な通貨の列挙 */
int c, ncand=0;

```

```

if(day < 0 || day >= DMAX-1) return 0;
for(c=0;c<Nc;c++) {
    if((*Rate[c]).r[day] > 0.0 && (*Rate[c]).r[day+1] > 0.0) cand[n cand++]=c;
}
return ncand;
}

```

```

int exchange1(int day, int *cp, double *xp, int ncand, int *cand) {
/*
ncand にある交換可能な通貨のなかから、今日(日付 day) と明日(日付 day+1)
との間で最大の値上がり率をもつ通貨を選んで、全資産をその通貨に両替する
*/
int i, c, cx=-1;
double rise, risemax=0.0;
for(i=0;i<ncand;i++) {
    c=cand[i];
    rise = (*Rate[c]).r[day+1]/(*Rate[c]).r[day];
    if(rise > risemax) {
        risemax=rise; cx=c;
    }
}
if(cx== -1) {return -1;}
if(cx!=*cp) {
    *xp *= (*Rate[*cp]).r[day]/(*Rate[cx]).r[day];
    *cp=cx;
}
return 0;
}

```

```

int exchange2(int day, int *cp, double *xp, int ncand, int *cand) {
/*
ncand にある交換可能な通貨のなかから、ランダムに選んだ通貨に全資産を両替する
*/
int cx;
do{

```

```

    cx=(int) (rand()/(RAND_MAX/(unsigned int) ncand));
} while(cx < 0 || cx >= ncand);
/* cx = rand() % ncand; */
cx=cand[cx];
if(cx!=*cp) {
    *xp *= (*Rate[*cp]).r[day]/(*Rate[cx]).r[day];
    *cp=cx;
}
return 0;
}

int currency(char *code) {
/* 通貨コードの文字列に対応する通貨番号を値として返す */
int i;
for(i=0;i<Nc;i++) {
    if(strncmp(code, (*Rate[i]).n, LSTR)==0) return i;
}
fprintf(stderr, "Data for %s not read./n", code); exit(1);
}

int readdata(kawaseptr Rate[], const int cmax) {
/* 対米ドル為替交換レートのデータを読み込む */
int i, j, l, d, nc=0, n_csvitems, reciprocal;
char buffer[LBUFF], datafile[LBUFF];
char *csvitems[64];
FILE *finp, *fdat;
double rate;

/* 通貨番号 0 は米ドルとする。対米ドル交換レートは 1.0 */
Rate[nc]=(kawaseptr)malloc(sizeof(kawase));
if(Rate[nc]==NULL) {fputs("malloc error\n", stderr); exit(1);}
strncpy((*Rate[nc]).n, "USD", LSTR);
strncpy((*Rate[nc]).desc, "USD, United States of America, dollar", LBUFF);
for(d=0;d<DMAX;d++) (*Rate[nc]).r[d]=1.0;
nc++;
}

```

```

if((finp=fopen("multilateral.inp","r"))==NULL)
{fputs("error\n", stderr);exit(1);}

while(fgets(buffer,LBUFF, finp)!=NULL) {
/* printf("%s", buffer); */
if(strncmp(buffer, "*end*", 5)==0) break;

Rate[nc]=(kawaseptr)malloc(sizeof(kawase));
if(Rate[nc]==NULL) {fputs("malloc error\n", stderr);exit(1);}

if(buffer[strlen(buffer)-1]=='\n') buffer[strlen(buffer)-1]='0';
strncpy((*Rate[nc]).desc, buffer, LBUFF);

csvitems[0]=buffer;
for(i=1, j=0;buffer[j]!='0';j++) {
    if(buffer[j]=='\n') {buffer[j]='0';break;}
    if(buffer[j]==',') {
        buffer[j]='0';
        csvitems[i++]=buffer+j+1;
    }
}
n_csvitems=i;
/*
for(i=0;i<n_csvitems;i++)printf("%d csv(%d) [%s]\n", nc, i, csvitems[i]);
*/
if(n_csvitems < 6){fputs("#inp items < 6\n", stderr);exit(1);}
strncpy((*Rate[nc]).n,csvitems[1],LSTR);
sprintf(datafile,"ratedata/%s.dat", csvitems[0]); /* ratedata にデータの入っているディレクトリ名を指定 */

if(strcmp(csvitems[5], "/USD")==0) reciprocal=0;
else if(strcmp(csvitems[5], "USD/") ==0) reciprocal=1;
else {fputs("rate type error\n", stderr); exit(1);}

if ((fdat = fopen(datafile, "r"))==NULL) {

```

```
fprintf(stderr, "Input file %s is not found.\n", datafile); exit(1);
}
for (l=0; l<DMAX; l++) (*Rate[nc]).r[l]=-1.0;
while (fgets(buffer, LBUFF, fdat) !=NULL) {
    sscanf(buffer, "%d%lf", &d, &rate);
    if (rate<=0.0) {fputs("rate not positive\n", stderr); exit(1);}
    if (d<0 || d>DMAX) {fputs("date out of range\n", stderr); exit(1);}
    if (reciprocal==0) (*Rate[nc]).r[d]=rate;
    else (*Rate[nc]).r[d]=1.0/rate;
}
fclose(fdat);
nc++;
}
fclose(finp);
/* fprintf(stderr, "The number of currencies = %d\n", nc);*/
return nc;
}
```